

# 恒星ストリームを用いた銀河系ダークハローの質量構造に対する制限

著者	古川 俊久
学位授与機関	Tohoku University
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10097/55679">http://hdl.handle.net/10097/55679</a>

修士論文

恒星ストリームを用いた銀河系ダークハローの  
質量構造に対する制限

東北大学理学研究科天文学専攻

古川 俊久

平成 24 年



## 目次

### 第1章

#### 構造形成の基礎

	<b>2</b>
1.1 膨張宇宙の動力学	2
1.2 宇宙の構造形成	4
1.2.1 共動座標系における流体方程式	4
1.2.2 線形領域での構造形成	5
1.3 非線形領域の構造形成	7
1.3.1 球対称収縮モデル	7
1.4 Press-Schechter 理論	8
1.5 冷たい暗黒物質に基づく構造形成	9

### 第2章

#### ダークハローの性質

	<b>11</b>
2.1 CDM に基づく構造形成シミュレーション	11
2.1.1 Via Lactea II simulation	11
2.1.2 Aquarius simulation	11
2.2 密度プロファイル	15
2.3 ダークハローの形状	18
2.4 ミッシングサテライト	21

### 第3章

#### 恒星ストリームを用いた研究

	<b>23</b>
3.1 恒星ストリームの動力学	23
3.2 銀河系で観測されている恒星ストリーム	25
3.2.1 Sagittarius stream	25
3.2.2 Palomar 5	25
3.2.3 Orphan stream	25
3.2.4 GD1	25
3.2.5 NGC5466	25
3.3 ダークハローの形状の研究	28
3.3.1 Sgr ストリームを用いた研究	28
3.3.2 2MASS データの適用	30
3.3.3 軌道面の歳差による制限	32
3.3.4 bifurcation による制限	33
3.3.5 triaxial potential を用いた fitting	34

3.3.6 NGC5466 を用いた研究	37
3.4 ストリームの mapping	38
3.5 サブハローの検出	41

## 第4章

### 研究手法

	44
4.1 研究手法	44
4.2 研究目的	48
4.3 モデルの設定	48

## 第5章

### 軌道モデル及び解析結果

	50
5.1 軌道モデル	50
5.1.1 Cartesian 座標での分布	50
5.1.2 銀河座標での軌道及び視線速度の分布	55
5.1.3 結果	60
5.2 初期値の影響	63
5.3 軌道の長さの影響	67
5.4 データ数の影響	73
5.5 ストリームへの適用	77
5.5.1 恒星系のモデル	77
5.5.2 ストリームの分布から得られる軌道	78
5.5.3 結果	82
5.5.4 位相の影響	84
5.5.5 初期値の影響	92
5.5.6 データ数及び軌道の長さの影響	99
5.5.7 観測誤差の影響	103

## 第6章

### 結論及び課題

	106
6.1 結論	106
6.2 課題	107

## Appendix A

	108
A.1 Ruge-Kutta 法	108
A.2 Cubic Spline	109
A.3 モンテカルロ法	111
A.3.1 変換法	111

A.3.2	Box-Muller 法 . . . . .	111
A.3.3	棄却法 . . . . .	111
A.4	単位系 . . . . .	113

## 概要

宇宙には数千億個の銀河が存在しており、それがいつどのように形成されたかという話は天文学において重要な問題の一つであると考えられている。多くの研究から銀河は恒星のように光って見えている物質以外に暗黒物質 (ダークマター) を大量に含んでいることが示唆されており、特に銀河の外縁のダークハローと呼ばれる領域は主にダークマターによって構成されていると考えられている。

銀河の形成を理解する上でダークハローの性質を調べることは非常に重要であると考えられている。ハローの性質を調べるには直接ダークマターを検出することが一番ではあるが、現在の所それはまだ叶っていない。そのため、ハローの重力場に影響されている現象を使って間接的に調べることが常套手段となっている。近年、ハローの領域で検出されつつある恒星ストリームはそのような手段の一つに挙げられている。恒星ストリームとは銀河中を軌道している球状星団や矮小銀河などの天体がホスト銀河から及ぼされる潮汐力によって引き延ばされた形に星が集まって出来た構造のことを指す。ストリームの分布は主たる天体 (progenitor) の軌道に沿って広がり、その軌道は銀河の重力場に強く影響されている。このようなことから、恒星ストリームの運動を解析しその分布に合う軌道のモデルを構築することでダークハローの質量構造に制限をかけるといった研究が行われている。しかし、位置や速度のデータを同時に再現できるモデルを構築することは難しく、未だにダークハローの構造に対しての十分な理解は得られていない。その原因の一つとして軌道モデルを作る際に必要な初期条件の不定性が挙げられている。それを改善するため Binney 2008 では不定性の大きい固有運動を使わず、銀河座標の分布及び軌道に沿った視線速度から軌道の 6 次元位相空間の情報を導出し、さらに重力ポテンシャルを制限するといった方法を紹介している。本研究では、その手法によってダークハローの軸比をどれ程の精度で見積もることが出来るかについて調べた。その結果、銀河系で観測されている球状星団起源のストリームに適用した場合、観測誤差を含めた視線速度の分散が  $3\text{km/s}$  程度に収まるなら実際の値から約 10% の誤差の範囲で軸比を決定できることが分かった。

本論文は第一章に構造形成の基礎となる理論について議論し、第二章で理論から得られている銀河系サイズのダークハローの性質について述べている。第三章では恒星ストリームを使った研究例を紹介している。そして、第四章で本研究の研究手法を記述し第五章で解析結果、第六章で結論及び今後の課題について記述している。

## 第1章

### 構造形成の基礎

#### 1.1 膨張宇宙の動力学

一様等方宇宙における、フリードマン方程式は以下のように記述される。

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3c^2}\rho - \frac{c^2 K}{a^2} + \frac{c^2 \Lambda}{3} \quad (1.1.1)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3c^2}(\rho + 3p) + \frac{c^2 \Lambda}{3} \quad (1.1.2)$$

ここで、 $a$  は scale factor、 $K$  は空間の曲率、 $\rho$  はエネルギー密度を  $p$  は圧力、 $\Lambda$  は宇宙定数を表している。フリードマン方程式から宇宙の進化を解くためには、宇宙論パラメーターと呼ばれる観測によってしか決められないパラメーターが必要となる。

$K = 0$  の宇宙における全エネルギー密度  $\rho_{cr}$  を臨界密度と言い、宇宙が膨張し続けるか収縮に転じるかの境界となる。

$$\rho_{cr} = \frac{3H_0^2}{8\pi G} \sim 1.878 \times 10^{-26} h^2 \text{ kg/m}^3 \quad (1.1.3)$$

ここで  $H_0$  は現時刻におけるハッブル定数  $H_0 = 100h \text{ km/s/Mpc}$  であり、 $h$  はを  $100 \text{ km/s/Mpc}$  で規格化したときの Hubble 定数を表している。また、エネルギー密度を臨界密度で規格化したものを密度パラメーターと言い現時刻での物質、放射成分、宇宙定数、曲率においてそれぞれ以下の形となる。

$$\Omega_{m0} = \frac{\rho_{m0}}{\rho_{cr}}, \Omega_{r0} = \frac{\rho_{r0}}{\rho_{cr}}, \Omega_{\Lambda 0} = \frac{c^2 \Lambda}{3H_0^2}, \Omega_{K0} = -\frac{c^2 K}{H_0^2} \quad (1.1.4)$$

これらを用いたとき、(1) のフリードマン方程式は、

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = H_0^2 \left( \frac{\Omega_{m0}}{a^3} + \frac{\Omega_{r0}}{a^4} + \Omega_{\Lambda 0} - \frac{K}{a^2 H_0^2} \right) \quad (1.1.5)$$

となり、観測から各パラメーターを求めることができれば、scale factor の時間変化を追うことができる。現在、遠方の Ia 型超新星 (SNe Ia) の光度曲線やバリオン音響振動 (BAO)、宇宙背景放射 (CMB) などによる制限からこれらのパラメーターはそれぞれ、 $\Omega_{m0} = 0.3, \Omega_{\Lambda 0} = 0.7, \Omega_{r0} = 0.0, K = 0$  という値がもっともらしく、宇宙は加速膨張していることが示唆されている (Kowalski et al. 2008 [1])。



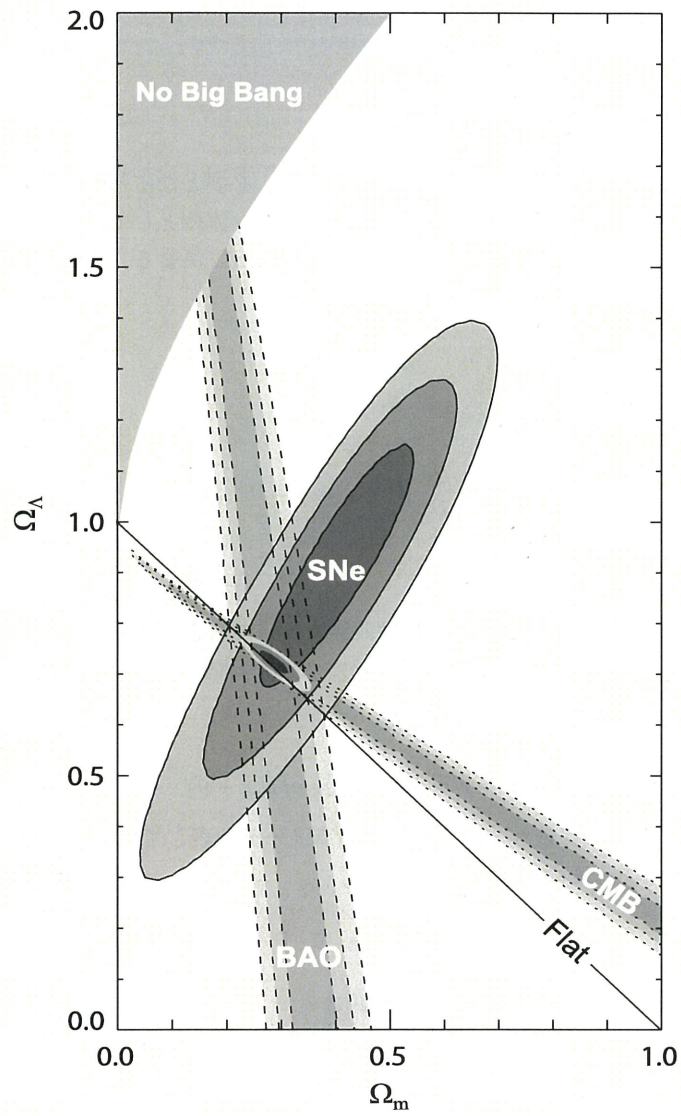


図 1.1: SNe,BAO,CMB の観測から得られたパラメーターの制限の範囲を示したもの。等高線は内側から制限する範囲についての信頼度が 99.7%,95.4%,68.3%の領域に対応している。(Kowalski et al.2008[1])

## 1.2 宇宙の構造形成

宇宙は大局的に見て一様等方である。しかし、完全に一様であればいかなる構造も形成されない。実際、宇宙マイクロ波背景放射 (CMB) の観測から一様性の中に微小な揺らぎ存在することが確認されている。現在、宇宙で観測されている構造はこのような揺らぎが重力的に成長したことで形成されたと考えられている。以下では重力不安定性によって支配されている構造形成について述べる。

### 1.2.1 共動座標系における流体方程式

まずは膨張宇宙における非一様性の成長を考える際に、必要となる基礎方程式を説明する。地平線の十分内側では、物質分布の時間的な成長は、ニュートン流体として扱うことができ、その物理状態は質量密度場  $\rho(r, t)$ , 圧力場  $p(r, t)$ , 速度場  $v(r, t)$  によって決まる。この密度場が作り出す重力ポテンシャル  $\phi$  は、ポアソン方程式から

$$\Delta\phi = 4\pi G\rho \quad (1.2.1)$$

さらに、連続の式とオイラー方程式

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v) = 0 \quad (1.2.2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + (v \cdot \nabla)v = -\frac{\nabla p}{\rho} - \nabla\phi \quad (1.2.3)$$

が成り立つ。この式を膨張宇宙に適用するには共動座標系で書き表す必要がある。物理的なスケールを用いた座標系を  $r$  とすると共同座標  $x = r/a$  によって上記の式を書き換える。物理的なスケールの速度場と共同座標の速度場  $u = \dot{x}$  の関係は

$$v = \dot{r} = \dot{a}x + a\dot{x} = a(Hx + u) \quad (1.2.4)$$

となる。ここでの  $H$  は時間に依存したハッブルパラメータを表している。座標変換  $(t, r) \rightarrow (t, x)$  を行うと偏微分は固定する変数が異なるので、

$$\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow \frac{\partial}{\partial t} - Hx \cdot \nabla, \nabla \rightarrow \frac{1}{a} \nabla \quad (1.2.5)$$

と変換される。よって連続の式とオイラー方程式は

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + 3H\rho + \nabla \cdot (\rho u) = 0 \quad (1.2.6)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + 2Hu + (u \cdot \nabla)u = -\frac{1}{a^2} \nabla\Phi - \frac{\nabla p}{a^2\rho} \quad (1.2.7)$$

となる。ここで

$$\Phi = \phi + \frac{1}{2}a\ddot{a}x^2 \quad (1.2.8)$$

は共同座標系のニュートンポテンシャルに対応している。ここで、宇宙全体で空間的に平均した密度  $\bar{\rho}$  に対して、

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}\bar{\rho} \quad (1.2.9)$$

が成り立つ。この式から、ポアソン方程式は

$$\Delta\Phi = 4\pi G a^2 (\rho - \bar{\rho}) \quad (1.2.10)$$

このようにして得られた、流体の方程式が構造形成における基本的な式となり、これらの式を解くことで構造形成の追うことができる。

### 1.2.2 線形領域での構造形成

宇宙の初期において密度揺らぎは非常に小さいものであったと考えられる。揺らぎが小さい場合では、上述した方程式から近似的に構造形成の進化の解を得ることができる。その解を得るために、まず宇宙が一様である場合の解を求めていく。宇宙が完全に一様等方なら、等方性からベクトル量は全て消え、密度場は空間的に変化せず時間だけの関数となる。その場合、連続の式は

$$\frac{d}{dt}(a^3 \bar{\rho}) = 0 \quad (1.2.11)$$

となり、質量の保存を表すものと一致する。次に非一様な成分を考慮する。密度と圧力の一様等方成分からのずれをそれぞれ

$$\delta = \frac{\rho(x, t) - \bar{\rho}(t)}{\bar{\rho}(t)} \quad (1.2.12)$$

$$\delta p(x, t) = p(x, t) - \bar{p}(t) \quad (1.2.13)$$

と定義する。これらを用いて、オイラー方程式、連続の式、ポアソン方程式を書き換えると

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} + \nabla \cdot [(1 + \delta)u] = 0 \quad (1.2.14)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + 2Hu + (u \cdot \nabla)u = -\frac{1}{a^2} \nabla \Phi - \frac{\nabla(\delta p)}{a^2 \bar{\rho}(1 + \delta)} \quad (1.2.15)$$

$$\Delta\Phi = 4\pi G a^2 \bar{\rho} \delta \quad (1.2.16)$$

となる。揺らぎが非常に小さい場合、 $\delta, \delta p, u$  は微量量となるのでこれらの二次以上の項を落とすと、

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} + \nabla \cdot u = 0 \quad (1.2.17)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + 2Hu + \frac{1}{a^2} \nabla \Phi + \frac{\nabla(\delta p)}{a^2 \bar{\rho}} = 0 \quad (1.2.18)$$

となり、ポアソン方程式を用いることで  $\delta$  のみに関する微分方程式

$$\frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} + 2H \frac{\partial \delta}{\partial t} - 4\pi G \bar{\rho} - \frac{\Delta(\delta p)}{a^2 \bar{\rho}} = 0 \quad (1.2.19)$$

が得られる。次に密度揺らぎと圧力の揺らぎの関係を表す。流体の音速  $c_s$  は、エントロピー  $S$  を用いて

$$c_s^2 = \left( \frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_S \quad (1.2.20)$$

となる。エントロピーの揺らぎを無視すると圧力の揺らぎは、

$$\delta p = c_s^2 \bar{\rho} \delta \quad (1.2.21)$$



となる。ここで、揺らぎの空間成分をフーリエ分解し波数ベクトル  $k$  の揺らぎのモードを考えると  $\delta(k, t)$  に対する方程式は

$$\frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} + 2H \frac{\partial \delta}{\partial t} - (4\pi G \bar{\rho} - \frac{c_s^2 k^2}{a^2}) \delta = 0 \quad (1.2.22)$$

となる。この式において、第一項は粒子の加速度を表し、第二項は速度とは逆に働く粘性項となり、宇宙膨張は揺らぎの成長を妨げることを表している。第三項は粒子の位置に依存したポテンシャル力とみなすことができ、この項が正か負によって  $\delta$  の振る舞いは大きく変わってくる。 $4\pi G \bar{\rho} - c_s^2 k^2 / a^2$  が負なら、揺らぎは成長できず減衰振動しながらゼロに近づいていく。逆に正であれば重力が圧力に打ち勝ち、物質が重力収縮をし始める。係数が 0 となる境の波数を  $k_J$  とするとその波長は実距離にして

$$\lambda_J \equiv \frac{2\pi a}{k_J} = c_s \sqrt{\frac{\pi}{G \bar{\rho}}} \quad (1.2.23)$$

となり、この長さをジーンズ長と呼び、これを直径とする球内の質量

$$M_J \equiv \frac{4\pi}{3} \bar{\rho} \left( \frac{\lambda_J}{2} \right)^3 \quad (1.2.24)$$

をジーンズ質量と呼び、重力成長により形成できる天体の質量の目安となる。

### 1.2.3 ダークマターの揺らぎの成長

様々な研究から、現在の宇宙の物質のエネルギー密度はダークマターが支配的であることが示唆されている。ここでは、バリオンの寄与を無視してダークマターのみから成る宇宙の揺らぎの成長を考える。ダークマターは重力的な相互作用しかせず、圧力が無視できる粒子と考えられている。そのため、ダークマターの揺らぎを  $\delta_{dm}$  とすると揺らぎの発展の式は

$$\frac{\partial^2 \delta_{dm}}{\partial t^2} + 2H \frac{\partial \delta_{dm}}{\partial t} - 4\pi G \bar{\rho}_{dm} \delta_{dm} = 0 \quad (1.2.25)$$

となる。今、曲率と  $\Lambda$  の項を無視した物質優勢期の宇宙を考える。その場合、 $H = 2/3t, \bar{\rho} = 1/(6\pi G t^2)$  なので、揺らぎの式は

$$\frac{\partial^2 \delta_{dm}}{\partial t^2} + \frac{4}{3t} \frac{\partial \delta_{dm}}{\partial t} - \frac{2}{3t^2} \delta_{dm} = 0 \quad (1.2.26)$$

となり、この式は解くことができる。ここで、 $\delta \propto t^n$  を代入すると、 $n = 2/3, -1$  という解がみつかり、 $\delta_{dm}$  の一般解はこれらの重ね合わせで表され、

$$\delta_{dm} = A t^{2/3} + B t^{-1} \quad (1.2.27)$$

とかける。式の第一項は時間とともに成長するので成長モードと呼ばれ、逆に第二項は減衰していくので減衰モードと呼ばれる。宇宙の進化とともに減衰モードは急速に小さくなるので、結果としてダークマターの揺らぎは  $\delta_{dm} \propto a$  のようにスケールファクターに比例して成長していく。

### 1.3 非線形領域の構造形成

今までは、揺らぎの大きさが十分小さい場合を考えて議論をしてきた。しかし、時間が進むにつれ揺らぎが成長していくと線形近似の見積もりは適用できなくなる。現在観測されている銀河団や銀河などの構造は宇宙の平均密度より遥かに大きい密度を持っているので、このような構造の進化を考えるには、非線形な揺らぎの発展の式を扱わなくてはならない。しかし、一般的に非線形の解を導出することは困難であり何かしらの近似を用いる必要がある。ここでは、重力収縮が球対称であると仮定し非線形領域での揺らぎの成長を大まかに表していく。

#### 1.3.1 球対称収縮モデル

物質に固定された半径  $R(t)$  の球殻に存在する物質を考える。球対称分布の場合、球殻にかかる力はその球殻の内部にある物質の質量  $M$  だけで決まり外部の分布には依存しない。従って、球殻の運動方程式は

$$\frac{d^2 R}{dt^2} = -\frac{GM}{R^2} \quad (1.3.1)$$

となる。膨張宇宙において  $R$  の初期条件として外向きの速度を持っているので、解の大まかな振る舞いは球殻の全エネルギーによって異なる。全エネルギーが負のとき、運動エネルギーがゼロになった時点で膨張が止まり、その後収縮に転じる。最終的には中心に戻って崩壊することになる。一方、全エネルギーが正の場合、球殻は減速しながら永遠に膨張しつづけることになる。上記の式を1回積分すると

$$\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 = \frac{2GM}{R} + 2E \quad (1.3.2)$$

となる。ここで、 $E$  は積分定数であり、単位質量当たりの全エネルギーに対応する。この式は、初等的に積分できその解は  $E < 0$  のとき

$$\begin{cases} R = A^2(1 - \cos \theta) \\ t = \frac{A^3}{\sqrt{GM}}(\theta - \sin \theta) \end{cases} \quad (1.3.3)$$

一方、 $E > 0$  のとき

$$\begin{cases} R = A^2(\cosh \theta - 1) \\ t = \frac{A^3}{\sqrt{GM}}(\sinh \theta - \theta) \end{cases} \quad (1.3.4)$$

ここで、 $A$  は積分定数で、どの球殻を考えるかに応じて決まる値である。ここで、アインシュタイン・ジッター宇宙を考えると背景密度  $\bar{\rho} = 1/(6\pi G t^2)$  となり球殻内の密度は  $\rho = M/(4\pi R^3/3)$  なので球殻内の密度揺らぎに対応する量は

$$\delta(t) = \frac{9GMt^2}{2R^3} - 1 = \begin{cases} \frac{9}{2} \frac{(\theta - \sin \theta)^2}{(1 - \cos \theta)^3} - 1 (E < 0) \\ \frac{9}{2} \frac{(\sinh \theta - \theta)^2}{(\cosh \theta - 1)^3} - 1 (E > 0) \end{cases} \quad (1.3.5)$$

となる。この式の非束縛解は時間と共に  $\delta = -1$  に際限なく近づく。この場合は銀河がほとんど形成されない領域 (ボイド) に対応している。一方、束縛解は有限時間の間に密度が無限大になって崩壊する解となっている。実際は、密度は発散せずビリアル平衡に達して有限の大きさを持つ天体が形成される。束縛解において、膨張が止まる時刻は  $\theta = \pi$  に対応し、その時の時刻と球殻の半径は

$$t_{\text{turn}} = \frac{\pi A^3}{\sqrt{GM}}, R_{\text{turn}} = 2A^2 \quad (1.3.6)$$

であり、その時の密度揺らぎは

$$\delta_{turn} = \frac{9\pi^2}{16} - 1 = 4.55 \quad (1.3.7)$$

また、崩壊する時刻は  $\theta = 2\pi$  となる時刻で、そのときの時刻と球殻の半径は

$$t_{col} = \frac{2\pi A^3}{\sqrt{GM}}, R_{col} = 0 \quad (1.3.8)$$

となる。ここで、揺らぎが半径ゼロまで崩壊せず、最終的にビリアル平衡に達し半径  $R_{vir}$  の天体が形成され则认为。ビリアル定理からビリアル平衡に達した天体の半径は転回点の半径のちょうど半分となる。これは、 $\theta = 3\pi/2$  のときに対応している。ただし、球殻は  $R_{vir}$  に達したときにビリアル平衡に達するのではなく、さらに球殻の中心まで落ちる時刻  $t_{col}$  に平衡状態になったものと考えられる。そのときの揺らぎの値は

$$\delta_{vir} = \frac{M/(4\pi R_{vir}^3/3)}{\bar{\rho}(t_{col})} - 1 = 18\pi^2 - 1 \sim 177 \quad (1.3.9)$$

となる。よって、重力崩壊して平衡状態となった天体の密度揺らぎ形成時点で約 177 となる。

#### 1.4 Press-Schechter 理論

Press-Schechter 理論 (Press & Schechter 1974[2]) は、線形成長解を球対称モデルにより非線形領域まで外挿し、天体形成を解析的に記述するモデルである。

質量が  $M$  から  $M + dM$  にある天体の単位体積当たりの数を  $n(M)dM$  ( $n(M)$ : 質量関数) とする。 $M$  という質量スケールの密度ゆらぎ  $\delta_M$  はガウシアンで表されるので、分布関数は

$$P(\delta_M)d\delta_M = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2(M)}} \exp\left(-\frac{\delta_M^2}{2\sigma^2(M)}\right) \quad (1.4.1)$$

ここで、 $\sigma(M)$  はゆらぎ  $\delta(M)$  の分散である。Press-Schechter 理論では線形成長解から求めた質量スケール  $M$  のゆらぎ  $\delta_M$  が臨界値  $\delta_c$  を越えたとき、質量  $M$  の天体が形成され、その物質素片はその天体の一部として取り込まれると考える。この臨界値を越える領域の割合は、

$$P(M) = \int_{\delta_c}^{\infty} P(\delta_M)d\delta_M = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\delta_c/\sigma(M)}^{\infty} e^{-x^2/2} dx \quad (1.4.2)$$

となる。ここで、質量が  $M$  から、 $M + dM$  の間に形成された天体に取り込まれる単位体積あたりの物質の量は質量関数を用いて  $n(M)MdM$  と書くことが出来る。ただし、この考えでは一度形成された天体がそれより大きな天体に取り込まれる過程を無視している。また、この考えではもとゆらぎが負の領域にある質量が天体に取り込まれないことになってしまい  $\sigma(M)$  が十分大きくなる極限において

$$P(M) = \frac{1}{2} \quad (1.4.3)$$

となり、宇宙の半分の物質は天体形成に寄与しないことになる。Press-Schechter 理論ではこの問題を上記のように見積もられる天体形成に取り込まれ質量を二倍にすることで回避している。よって、

$$n(M)MdM = 2\bar{\rho} \left| \frac{dP(M)}{dM} \right| dM \quad (1.4.4)$$

となり、質量関数は

$$n(M) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\bar{\rho}}{M^2} \left| \frac{d \ln \sigma(M)}{d \ln M} \right| \frac{\delta_c}{\sigma(M)} \exp\left(-\frac{\delta_c^2}{2\sigma^2(M)}\right) \quad (1.4.5)$$

質量ゆらぎの分散がベキ則であると仮定すると分散とそれに対応する質量関数の形はそれぞれ

$$\sigma(M) = \left( \frac{M}{M_0} \right)^{-\alpha} \quad (1.4.6)$$

$$n(M) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\bar{\rho} \alpha}{M_*^2} \left( \frac{M}{M_*} \right)^{\alpha-2} \exp \left[ - \left( \frac{M}{M_*} \right)^2 \right] \quad (1.4.7)$$

ここで、

$$M_* = \left( \frac{2}{\delta_c^2} \right)^{1/2\alpha} M_0 \quad (1.4.8)$$

で定義される質量であり、大きな天体は指数関数的に減少していることが分かる。この理論モデルはN体シミュレーションから得られるダークハローの形成率と良く合うことが知られている (Lacey & Cole (1994)[3])。またこの理論を拡張した Extended Press-Schechter 理論も N 体の結果を良く再現している (Lacey & Cole (1993)[4])。

## 1.5 冷たい暗黒物質に基づく構造形成

ダークマターが無衝突粒子からできているなら、粒子の速度分散が大きいとその運動によって揺らぎが減衰する。これを無衝突減衰と言い、この影響はダークマターのモデルにより異なってくる。現在、ダークマターの標準的なモデルとして考えられているのは、速度分散が非常に小さい‘冷たい暗黒物質’(cold dark matter : CDM) である。このモデルでは揺らぎの減衰が起きず、小さなスケールの揺らぎが消されずに存在しているので先に小さな構造が形成され、さらに重力によってその構造にものが集まり銀河などの大きな構造が形成されるといった階層的構造形成を示す。このモデルは大スケール ( $> 1Mpc$ ) において観測とほぼ一致していることが分かっている (図 1.2)。一方で、銀河程度のスケールになると理論と観測の間でいくつかの違いが生じており、銀河系などのダークハローの性質を調べることで宇宙全体の構造形成を理解する上で重要になっている。



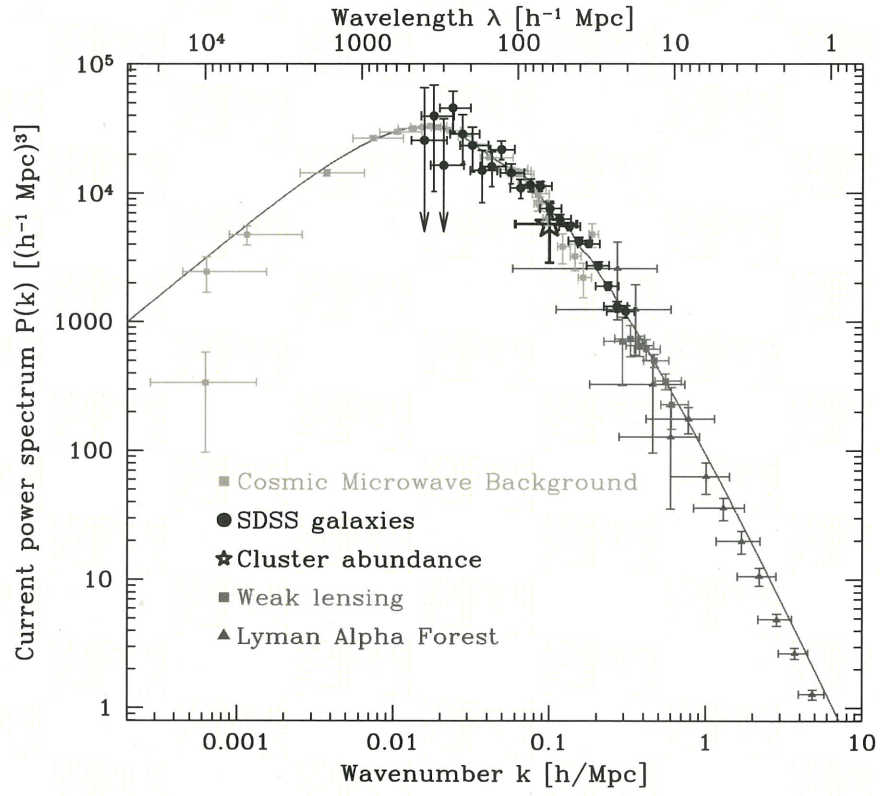


図 1.2: 横軸に波数 (波長)、縦軸にそのスケールにおけるパワースペクトルの値を表したもの。実線は  $\Lambda$ CDM を仮定したときのパワースペクトルを示しており、1Mpc の以上のスケールでは観測結果とほぼ一致している。(M.Tegmark et al.2004)[5]

## 第2章

### ダークハローの性質

非線形領域での構造形成を調べるにはN体シミュレーションを行うことが最も直接的である。前章であったように現在、構造形成において標準的となっている理論はCDMに基づく構造形成理論である。本章ではまず、近年発表された2つの高解像度の構造形成シミュレーションを紹介し、CDMから予測されている銀河サイズのダークハローの性質について議論していく。

#### 2.1 CDMに基づく構造形成シミュレーション

宇宙論的な大規模な構造形成シミュレーションとなると、それに応じた計算機が必要となるので実際に研究を行っているグループは限られてくる。現時点ではVia Lactea project(Diemand et al.2008[6])とAquarius project(Springel et al.2008[7])の2つのグループが率先して計算を行っており、また最近ではBolshoi simulation(Klypin et al.2011[8])という新たな高解像度のシミュレーションも行われている。本章では先の2つのシミュレーションの結果について紹介する。

##### 2.1.1 Via Lactea II simulation

このシミュレーションはDiemand et al.2008で報告された銀河系サイズのダークマターハローの形成シミュレーションである。銀河系サイズのダークハロー赤方偏移 $z = 104.3$ から $z = 0$ まで時間進化させており、粒子数は $1.1 \times 10^9$ 個(1粒子当たりの質量は $4100M_{sun}$ )の解像度を持つ。主な結果として、ホストハロー内( $402kpc$ )に約 $4 \times 10^4$ 個を超えるサブハローが存在し、さらにサブハローに付随しているサブハロー(サブサブハロー)の存在を確認した。また、ホストハローの密度プロファイルはcoreよりcusp状のプロファイルに合うことが分かった。サブハローの密度プロファイルも外側では潮汐力によりホストハローのプロファイルより急に下がる形になっているが、中心部ではcusp状のプロファイルになっていることが指摘されている。

##### 2.1.2 Aquarius simulation

Springel et al(2008)で報告された銀河形成のシミュレーションである。Aquarius simulationでは試行によって得られる結果に違いがないかを調べるため6つの銀河系サイズのハローを作り出し議論をしている。また、一粒子当たりの質量やsoftening lengthなどの解像度を五段階設定し、最も解像度の高いものではハローのビリアル半径内に約 $1.5 \times 10^9$ 個の粒子を持ち、その質量は $1700M_{sun}$ となっている。ホストハロー中に無数のサブハローが存在していることや、ハローの密度プロファイルがcusp状であるといった大まかな性質に関してはVL IIの結果と一致している。一方、両者の相違として、(1)VL IIより多くのサブハローが検出された。(2)ハローの密度プロファイルはNFWよりもEinastoプロファイル(後述)と良く合っている。などが挙げられている。

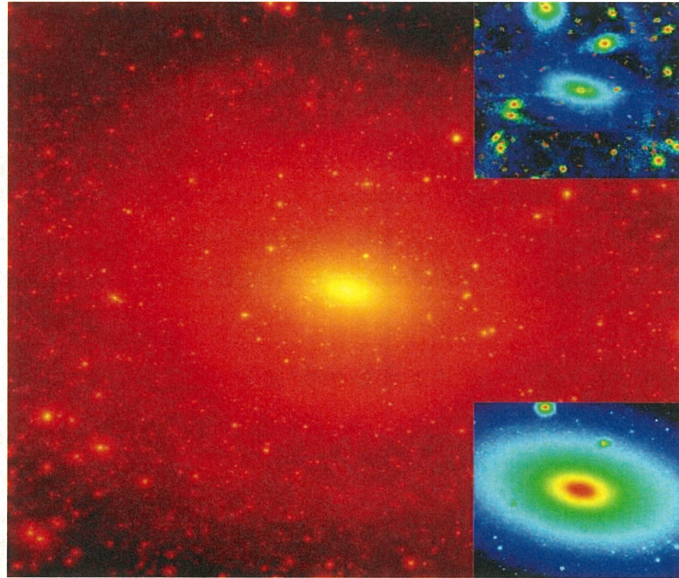


図 2.1: VL II シミュレーションから得られた、一辺が800kpc の体積内でのダークハローの密度マップ。下の図は一辺 40kpc 内の領域に対応しており、その領域の位相空間分布を表しているのが上の図になる。(Diemand et al.2008)



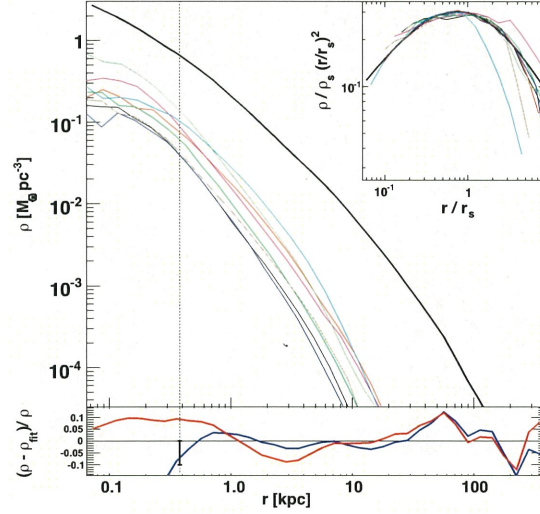


図 2.2: VL II で得られたハローの密度分布を表している。黒の実線はホストハロー、色付きの線は最も大きいサブハローのものに対応している。また上の図は、 $r_s$  で規格化したものであり、下の図は密度と  $\rho_{fit}$  (青: cusp, 赤: core) との相対誤差を表している。(Diemand et al.2008)

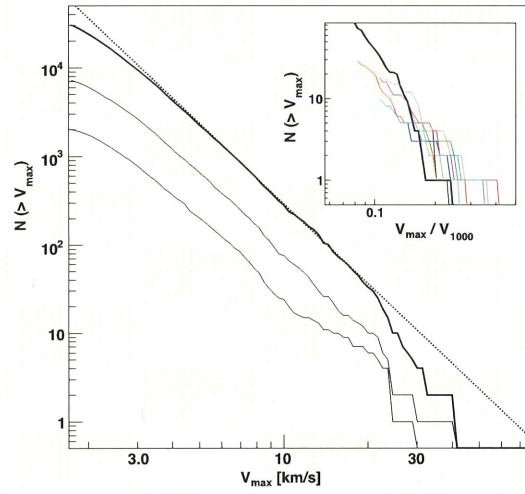


図 2.3: サブハローの回転速度の最大値 (横軸) と累積個数 (縦軸) の関係を表したもの、上か順に 402kpc, 100kpc, 50kpc 内のもに対応している。挿入図はサブハローの中のサブハローの累積個数を示している。(Diemand et al.2008)





図 2.4: Aquarius シミュレーションで得られる銀河系サイズのダークハロー。図は最も解像度が高いシミュレーションの結果に対応している。(Springel et al.2008)

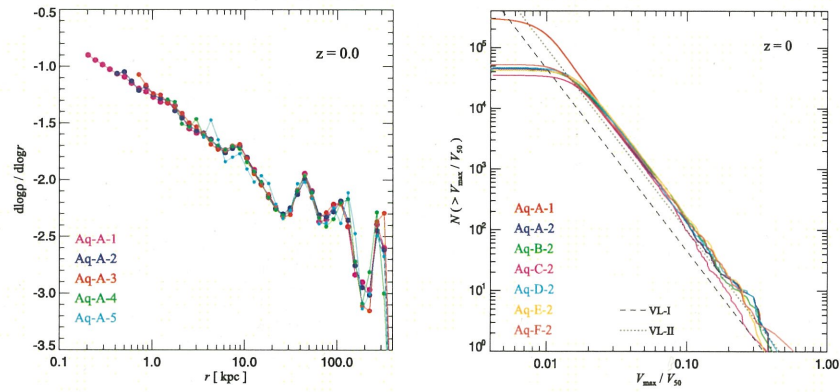


図 2.5: 左:横軸に半径、縦軸に縦軸に密度プロファイルの勾配を表したもの。中心部での勾配がNFW( $\alpha = -1$ )より緩やかになっている。右:サブハローの質量(縦軸)と累積個数(横軸)の関係を示したもの、アルファベットは異なる銀河系サイズのハローのモデルに対応している。黒線はそれぞれ、破線が VL I、点線が VL II の結果に対応している。(Springel et al.2008)

## 2.2 密度プロファイル

構造形成シミュレーションから得られたハローの密度プロファイルを調べたところ、中心部において  $\rho(r) \propto r^\alpha$  ( $\alpha < 0$ ) となり、カスプ状のプロファイルを持つことが分かった。さらに、この関数はハローの質量や大きさに依らない普遍的な関数になっている。J.F.Navarro, C.S.Frenk, S.D.M.White の3人はダークハローの密度プロファイルは中心部で  $r^{-2}$  より浅く変化し、スケールが大きくなるとより急になることを主張した。その関数の形は

$$\rho(r) = \frac{\rho_s}{(r/r_s)(1+r/r_s)^2} \quad (2.2.1)$$

となり、中心部で関数が  $\rho \propto r^{-1}$  という比例関係を持つ形になっている。この密度プロファイルは研究者3人の頭文字をとって NFW プロファイルと名付けられている (Navarro, Frenk & White.1996[9])。また、 $r_s, \rho_s$  はそれぞれ、関数の冪が変化する点での半径と密度を表している。一方、他の研究 (e.g. Fukushige and Makino[10], Moore et al[11]) では中心部で  $\rho \propto r^{-1.5}$  というより急なカスプ状になっているという主張もされている。

このように、CDM 理論ではハローの密度プロファイルが中心部で発散するようなカスプ状になっていると予測されている。一方、この結果が正しいかを調べるため、表面輝度の低い銀河 (low surface brightness; LSB) や矮小楕円銀河といった中心部でもダークマターが支配的だと考えられている天体の密度プロファイルを調べた結果、中心部での勾配が NFW よりも緩やかなコア状の密度プロファイルと合うことが指摘されている (Gilmore et al.2007[12])。この理論と観測の矛盾は core - cusp 問題と呼ばれ銀河形成の重要な問題の一つになっている。この問題の解決策として超新星からのエネルギーのフィードバックによる効果などが挙げられているが、詳細はいまだに不明である。

また、VL-II や Aq などのより解像度の高いシミュレーションのハローの密度プロファイルについても研究されていて、VL-II は中心部で  $\rho \propto r^{-1.24}$  というカスプ状のプロファイルに合っているという結果になった。一方、Aq では Einasto プロファイル

$$\rho_{Einasto}(r) = \rho_{-2} \left\{ -\frac{2}{\alpha} \left[ \left( \frac{r}{r_{-2}} \right)^\alpha - 1 \right] \right\} \quad (2.2.2)$$

が合うという結果になった。ここで、 $r_{-2}, \rho_{-2}$  はそれぞれ、 $\rho \propto r^{-2}$  となるときの半径と密度を表し、 $\alpha$  は密度分布の曲率を表すパラメーターになっている (Navarro et al.2010[13])。

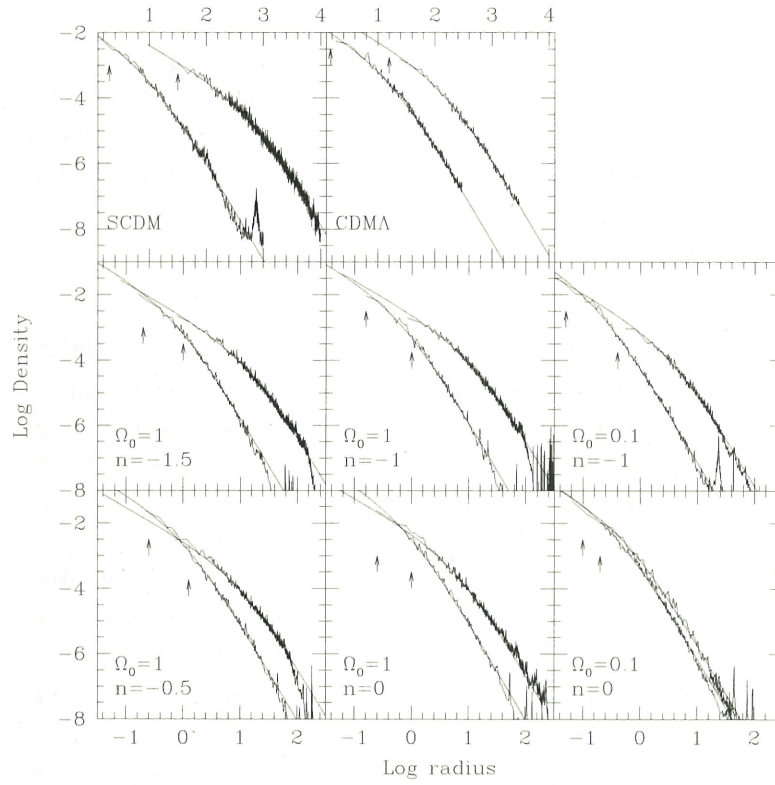


図 2.6: 異なる宇宙モデルでの、最も重いハローと最も軽いハローの密度プロファイルを表したもの。横軸は半径、縦軸は密度を取っており、 $n$  はパワースペクトルの冪を表している。矢印はソフトニング長を示しており、これ以上のスケールでは NFW が良く合っている。(Navarro et al.1997[14])



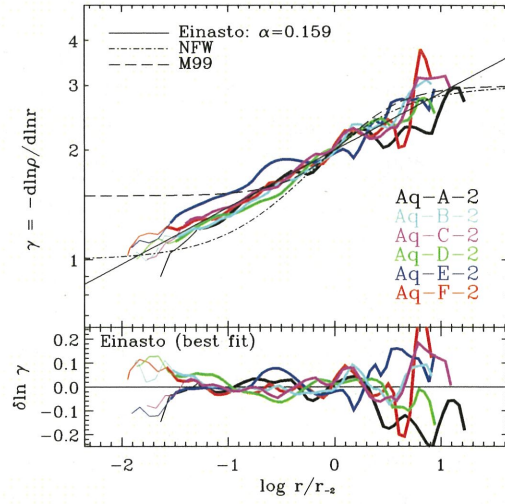


図 2.7: Aquarius シミュレーションで得られる 6 つの銀河系サイズのハローの密度プロファイルを表したものの。密度プロファイルは NFW より Einasto に近いことが分かる。(Navarro et al.2010[13])

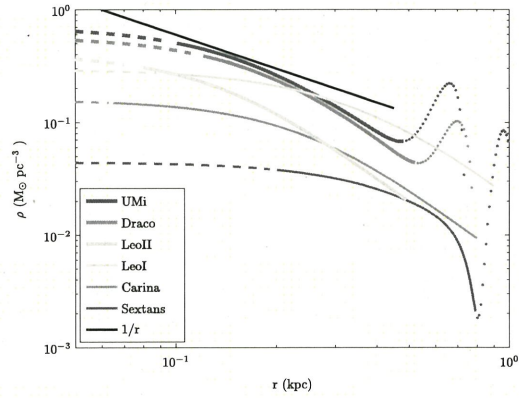


図 2.8: 6 つ矮小銀河の中心部の密度プロファイルを示したもの。NFW( $\rho(r) \propto r^{-1}$ ) よりも勾配が緩やかになっている。(Gilmore et al.2007[12])

## 2.3 ダークハローの形状

先述した NFW profile などはハローの形状を球対称であると仮定しその関数の形を見積もっていたり、前章の非線形領域の構造形成についても球対称な物質の降着を考えている。しかし、ハローへの物質の降着は対称的ではなく多くの研究からハローの形状は三軸不等な形状をしていることが示唆されている。具体的な研究例として Jing & Suto.2000[14]&2002[15], では宇宙論的構造形成シミュレーションから得られたハローを使って、その等密度面を

$$R^2(\rho_s) = \frac{X^2}{a^2(\rho_s)} + \frac{Y^2}{b^2(\rho_s)} + \frac{Z^2}{c^2(\rho_s)}, (a < b < c) \quad (2.3.1)$$

(ここで、 $a, b, c$  は等密度  $\rho_s$  の関数で表している) という式を使って fitting を行いハローの形状について調べた。その結果ハローの軸比は質量と赤方偏移に依存し質量が大きいと軸比が大きくなり、赤方偏移が高いと小さくなることが分かった。

図 2.10 は  $\Lambda$ CDM モデルの構造形成シミュレーションから得られたダークハローの軸比を確率分布で表したのになっている。黒の実線は

$$p(a/b/c) = \frac{3}{2(1-r_{min})} \left[ 1 - \left( \frac{2a/b - 1 - r_{min}}{1 - r_{min}} \right)^2 \right] \quad (2.3.2)$$

で fitting したものを表している。このように、統計的にハローの形状は主軸の大きさが同じ様な値をとるより、それぞれ異なった値になると予測されている。

また、Hayashi et al.2007[16] では N 体シミュレーションから得られた Milky Way サイズのダークハローの等ポテンシャル面を同じように、

$$\frac{x_i^2 + y_i^2 + z_i^2}{r_i^2} = \frac{x_i^2}{a^2} + \frac{y_i^2}{b^2} + \frac{z_i^2}{c^2}, (c < b < a) \quad (2.3.3)$$

という楕円体の式で fitting を行っている。その結果、ハローの中心部において、長軸と短軸の比が  $c/a = 0.72 \pm 0.42$ 、長軸と中間軸の比が  $b/a = 0.78 \pm 0.08$  という値が得られている。さらに、ポテンシャルの形状は中心から外側に向かって軸対称から球対称に近い形に変化していき、 $c/a$  は  $b/a$  より緩やかに増加していくという傾向がみられ、軸比の半径依存性を

$$\log \left( \frac{b}{a} \text{ or } \frac{c}{a} \right) = \alpha \left[ \tanh \left( \gamma \log \frac{r}{r_\alpha} \right) - 1 \right] \quad (2.3.4)$$

という式で表せることが分かった。

Vera-Ciro et al.2011[17] では Aq シミュレーションで得られた銀河系サイズのハローを用いて、これらの形状が早期では prolate であり、時間と共に oblate/triaxial に変化していくことを示した。これは、ハローの形成の初期段階では細いフィラメントに沿って物質が降着していたのに対し、時間と共にフィラメントのスケールも成長し、ハローに対して isotropic に物質が降着することが原因だと考えられる。

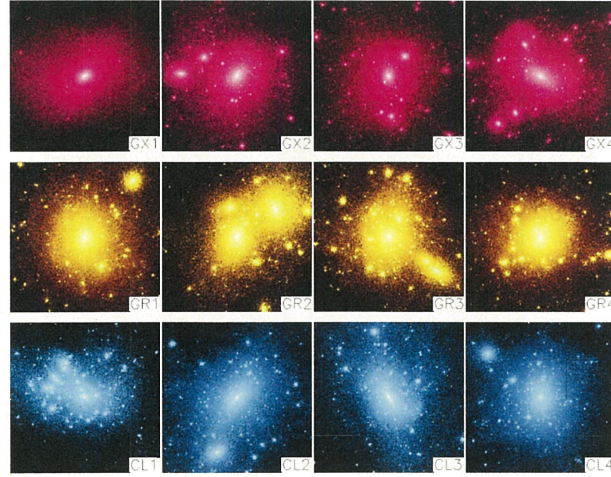


図 2.9: 上から銀河、銀河群、銀河団サイズのダークハローに対応しており、どのスケールにおいても球対称とは異なる形状をしている。(Jing & Suto.2000[14])

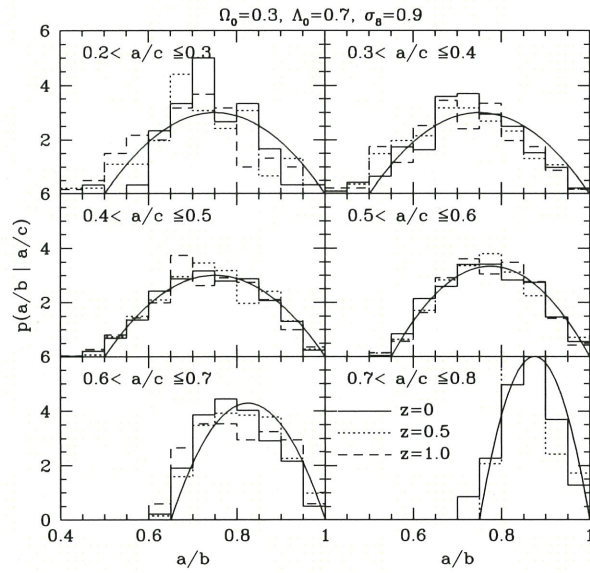


図 2.10:  $\Lambda$ CDM の構造形成シミュレーションから得られるダークハローの軸比の条件付き確率分布に表したものの。横軸に  $a/b$ 、縦軸に  $p(a/b|a/c)$  を取っており、ヒストグラムはそれぞれ、 $z=0$ (実線)、 $z=0.5$ (点線)、 $z=1.0$ (破線) の結果に対応している。(Jing & Suto.2002[15])



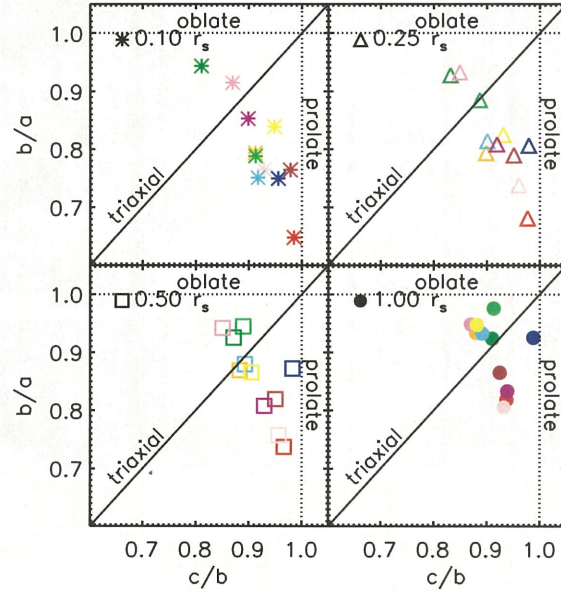


図 2.11: 異なる半径ごとでの等ポテンシャル面の軸比を表している。縦軸に intermediate-major( $b/a$ )、縦軸に minor-intermediate( $c/b$ ) を取っており、ハローの内側では prolate に近づく傾向が見られる。(Hayashi et al.2007[16])

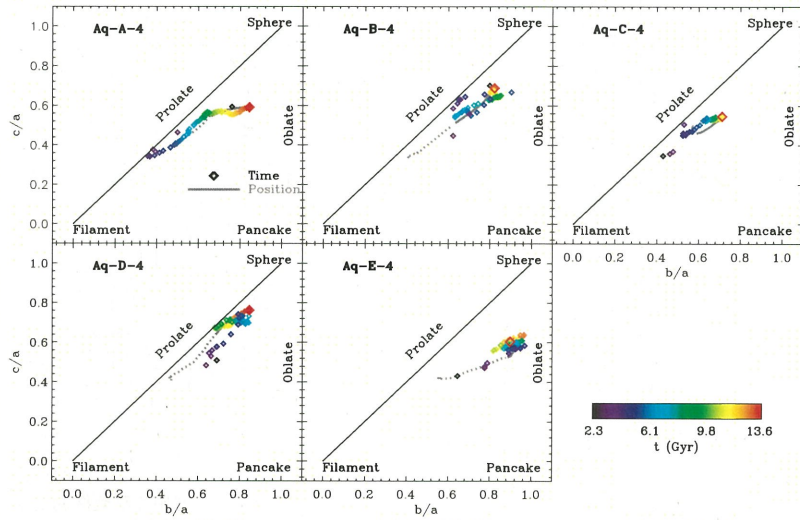


図 2.12: Aq simulation から得られた5つのハローの軸比の時間依存性を表したものの。横軸に  $b/a$  (intermediate-major)、縦軸に  $c/a$  (minor-major) を取っており、時間の経過と共に prolate から oblate に近づくことが分かる。(Vera-Ciro et al.2011[17])

## 2.4 ミッシングサテライト

先述したように CDM 理論に基づく構造形成シミュレーションでは銀河サイズのハローの中に矮小銀河と同程度の大きさを持つサブハローが  $10^4$  個以上存在しているという結果が得られている。一方、観測ではサブハローに対応している矮小銀河の数が現時点で数十個程度しか検出されていない。Klypin et al.1999[19] や Moore et al.1999[11] では、サブハローの回転速度と累積個数の関係を図示し、特に小質量側で理論と観測の間に大きな隔たりがあることを示唆している。近年、SDSS によって ultra faint dwarf(UFD ;Willman et al.2005[20];Zucker et al.2006[21];Belokurov et al.2006[22],2007[23];Koposov et al.2007[24];Walsh et al.2007[25];Irwin et al.2007[26]) と呼ばれる従来検出されていたものより暗い矮小銀河が検出され、観測される矮小銀河の数は今後も増えていくことが予測される。しかし、その補正を加えても数百個程度にしかならず、理論との不一致は解決されないと考えられている。また、Strigari et al.2007[27] では、銀河系で観測されている 9 つの classical dSph を使ってそれぞれの 0.6kpc 内の質量とその個数の関係を図示している。この結果からも理論と観測の間で不一致が生じており、さらに単純に数が足りないだけではなく、質量関数の勾配も一致していないといった結果が得られている。これをミッシングサテライト問題と言い、この矛盾を解決するために様々な案が考えられている。以下はその解決策についていくつか紹介していく。

### (1) dark matter の性質の変更

上記のように CDM だと小スケールの構造が余分に形成されてしまう。このため、無衝突減衰がそのスケールまでであるようなダークマターのモデルが考えられている。その一例が Warm dark matter(WDM) と呼ばれるもので、これは、CDM と Hot dark matter(HDM) の中間的なものになっている。WDM は小スケールのパワースペクトルが CDM のそれより小さく、サブハローの様な小さな構造を減らすことが出来る。一方、今度は大スケールで観測との不一致が生じることが指摘されており、十分な解決策には至っていない。

### (2) 星形成を抑制する過程

上記と異なり CDM の枠組みの中で不一致を説明する案として、小スケールのハローでは星形成が抑制されているという考えがある。具体的な例として、宇宙の再電離 (Shaviv & Dekel 2003[28]) や初代超新星によるエネルギーの流入 (Dekel & Silk 1986[29]) などが挙げられる。しかし、これらの効果が効率よく働くと観測されている UFD でも星形成が抑制されてしまい見れなくなってしまうといった問題が生じてしまう。これを説明するため再電離前にガスを持ち星形成を行っていたという案が考えられている (Bullock,Kravtsov & Weinberg 2000[30])。また、シミュレーションから再電離前 ( $z > 6$ ) に星形成を行った場合の矮小銀河は銀河系の UFD に似ており、数も合っているという結果が得られている (Gnedin & Kravtsov 2006[31])。しかし、これらのような効果がどれだけ矮小銀河の星形成率に寄与するかなどの細かい物理に関しては未だに詳細が不明であり、こちらに関しても十分といえる解決策は得られていない。



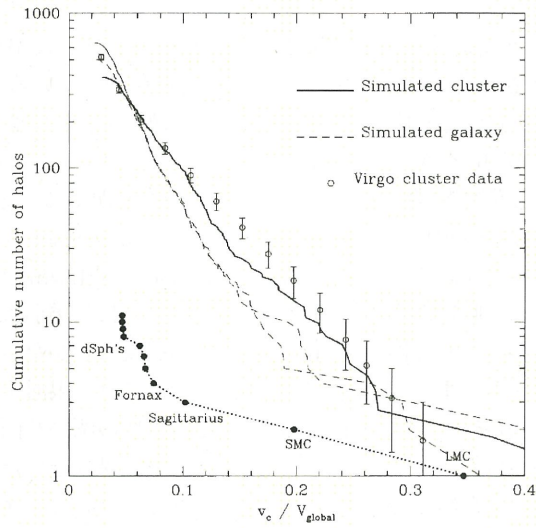


図 2.13: 横軸にサブハローと矮小銀河の質量に対応する回転速度の最大値、縦軸にそれぞれの累積個数をとったもの。線はそれぞれ銀河 (破線)、銀河団 (実線) サイズのシミュレーションから得られる結果であり、丸は Virgo cluster (白丸) と Milky Way (黒丸) での観測結果を表したものになっている。(Moore et al.1999[11])

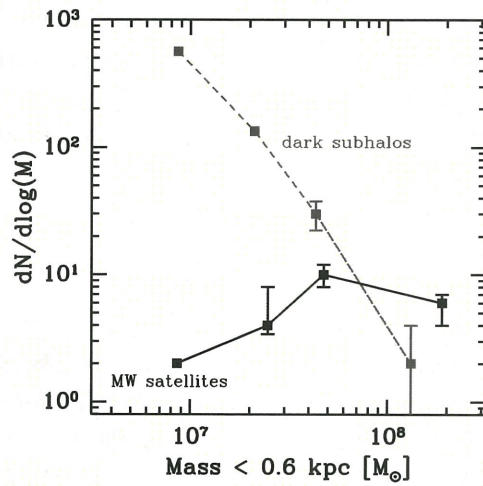


図 2.14: 横軸にサブハローと矮小銀河の 600pc 以内の質量、縦軸にそれぞれの累積個数をとったもの。(Strigari et al.2007[27])

## 第3章

### 恒星ストリームを用いた研究

近年、銀河のハローの領域において恒星ストリームと呼ばれる構造が次々と検出され始めている。恒星ストリームとは、銀河中に存在している球状星団や矮小銀河などの恒星が集まってできた天体が、軌道運動している際に潮汐力によって引き延ばされた形に星が集まってできる構造のことを指す。また、この構造は球状星団などの主たる天体 (progenitor) の軌道に沿って引き延ばされるのでストリームの星の運動を追うことで天体の軌道やハローの構造についての情報を引き出すことができる。本章では、まず、恒星ストリームの動力学的や実際観測されているストリームについていくつか紹介し、具体的にどのような研究が行われているかについて議論していく。

#### 3.1 恒星ストリームの動力学

Montuori et al.2007[32] では球状星団サイズの恒星系のモデルから剥ぎ取られた星の運動を調べ、それらの分布と progenitor の軌道の関係について議論している。図 3.1 は N 体シミュレーションから得られるストリームの分布と progenitor の軌道を表しており、core に対して先行している方の tail (leading tail) 分布は core の軌道によりわずかに銀河中心側にずれており、一方遅れてる方 (trailing tail) は銀河中心とは逆の方向ずれていることが分かる。また、ストリームの分布は core から離れた場所では軌道に沿っているが、中心部では離心率の高い軌道が pericenter 近くを通過したときのみ core の軌道に対して平行になっている (図 3.1)。

球状星団の質量の中心を原点とした二次元の回転座標系を考えると球状星団に属している星の運動方程式は銀河中心に対する星団の角速度  $\omega$  を用いて、

$$\ddot{\mathbf{r}}' = \ddot{\mathbf{r}} - \ddot{\mathbf{r}}_{GC} - 2\omega \times \dot{\mathbf{r}}' - \omega \times (\omega \times \mathbf{r}') - \dot{\omega} \times \mathbf{r}' \quad (3.1.1)$$

となる。ここで、 $\mathbf{r}'$ ,  $\mathbf{r}$  はそれぞれ回転系と慣性系での粒子の位置ベクトル、 $\mathbf{r}_{GC}$  は慣性系での球状星団の位置ベクトルを表している。この式の中で銀河中心に対して垂直な方向に働く力は右辺の第三項 (コリオリ力) と第五項である。角速度  $\omega$  は軌道の pericenter に近づくにつれて増加するので第五項の力はコリオリの力と同じ向きに働き、逆に遠ざかると逆向きに作用する力となる。従って、pericenter 近くでは球状星団の軌道に沿って tail が伸び、apocenter に近づくにつれて2つの力の寄与が弱くなるため、銀河中心方向に tail が伸びる。このようなことから、ストリームの分布と progenitor の軌道の間にずれが生じる。よって、ストリームの分布は progenitor の軌道と大体一致しているが完全に軌道を追っているわけではないことが分かる。

また、Choi et al.2007[33] では矮小銀河サイズのモデルを用いて同様の研究を行い、progenitor の軌道とストリームの分布にずれが生じていることを示している。

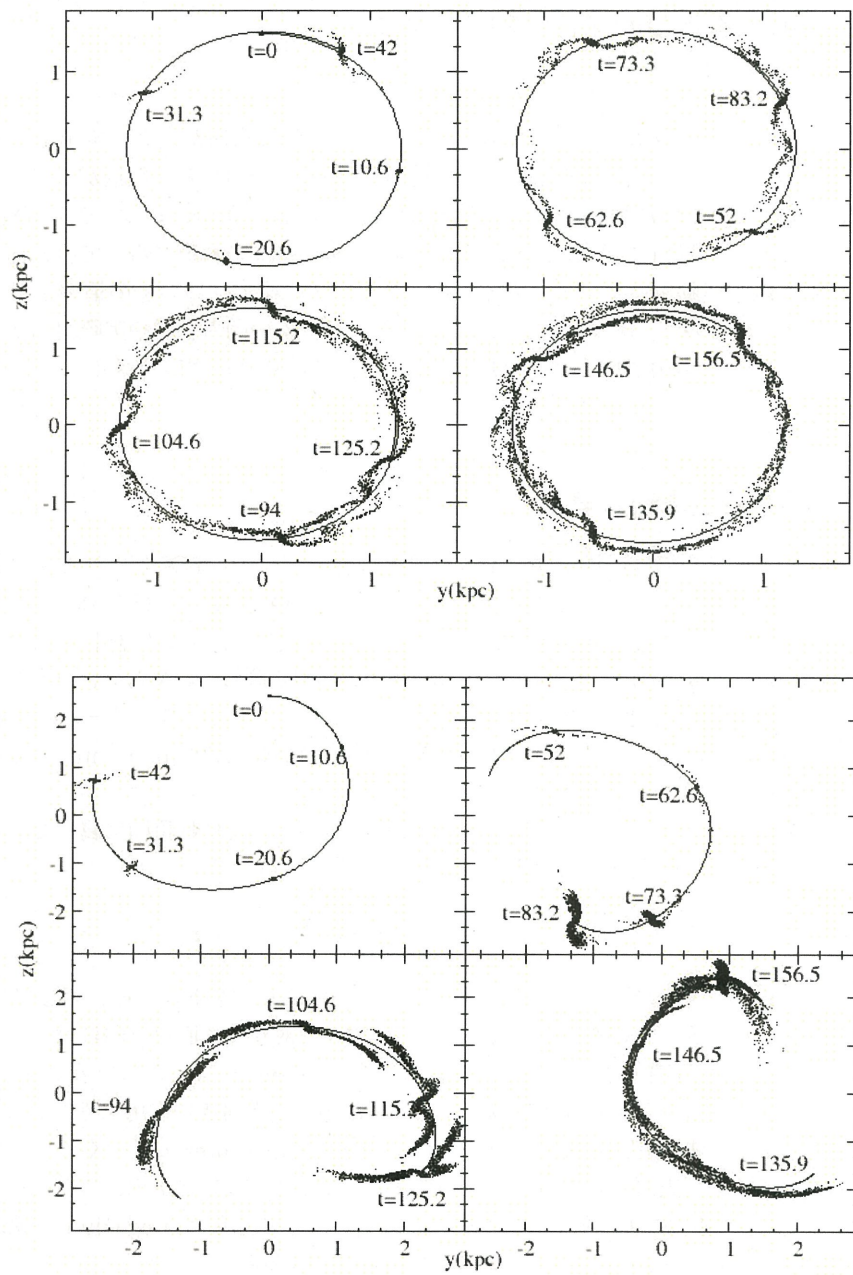


図 3.1: シミュレーションから得られる恒星ストリームの空間分布。実線は core の軌道を表しており、それ  
ぞれ軌道の離心率は 0.1(上), 0.7(下) となっている。(Montuori et al.2007[32])



## 3.2 銀河系で観測されている恒星ストリーム

ここでは、銀河系で観測されている恒星ストリームについて紹介する。

### 3.2.1 Sagittarius stream

いて座矮小銀河を起源としているストリームである (Ibata, Gilmore & Irwin. 1995[34]; Belokurov et al. 2006[35])。このストリームは銀河中心から 16 ~ 60kpc に渡って広がっており、全天で見られるため銀河系で観測される恒星ストリームの代表例とされている。また  $\alpha \sim 190^\circ$  の位置に枝分かれている構造 (bifurcation) が観測されており、このような構造を用いてハローの形状を制限するといった研究が行われている (後述)。

### 3.2.2 Palomar 5

球状星団 Palomar 5 で観測されたストリームであり、太陽から約 23.2kpc、銀河面から 16.6kpc 離れたところにあり、天球上で約  $22^\circ$  の広がりを持っている (Odenkirk et al. 2002[36], 2003[37], 2009[38]; Grillmair and Dionatos 2006[39])。また、ストリームの表面密度にむらが見られており、core からやや離れた位置での表面密度が周囲に比べて高くなっている。この起源として CDM で予測されるような小質量のサブハローとの相互作用などが挙げられているが詳細については未だに不明である (後述)。

### 3.2.3 Orphan stream

Belokurov et al. 2007[40] で報告されているストリームであり、矮小銀河が起源であると考えられている。Belokurov et al. 2007[40] によるとこのストリームは矮小銀河 Ursa Major II と Complex A (van Woerden et al. 1999[41]) と呼ばれる中性水素のガスのストリームと似たような軌道を持つため、これらと associate している可能性があること指摘している。一方、Newberg et al. 2010[42] の解析では Segue 1 と associate しており、上記の 2 つとは異なる軌道上にあることを指摘している。

### 3.2.4 GD1

Grillmair & Dionatos. 2006[43] で報告されたストリームである。このストリームは太陽から 7 ~ 11kpc 離れた位置で観測され、天球上で幅が約  $0.25^\circ$  (50pc) と非常に薄いため、球状星団が起源であると考えられている。他の球状星団起源のストリームよりも天球上での広がりが大きく (約  $60^\circ$ )、矮小銀河起源のものに比べ幅も小さいので銀河系の重力ポテンシャルの制限に適していると考えられている (Koposov et al. 2010[44])。

### 3.2.5 NGC5466

球状星団 NGC5466 を起源としているストリームである。core の位置は太陽から  $d = 16.0 \pm 1.6$ kpc、銀河中心から 16.2kpc 離れたところにある。ストリームは天球上で約  $45^\circ$  (10kpc 程度) の広がりを持っており、 $\alpha > 192^\circ$  以降で球状星団の滑らかな軌道からのずれが見られている。

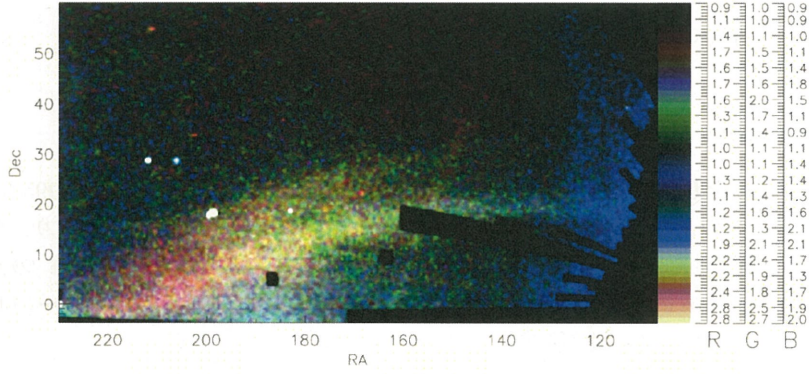


図 3.2: SloanDigital Sky Survey(SDSS) で銀河の北半球を見たときの Sagittarius stream のマップ。色は太陽からの距離を表している。(Belokurov et al.2006[35])

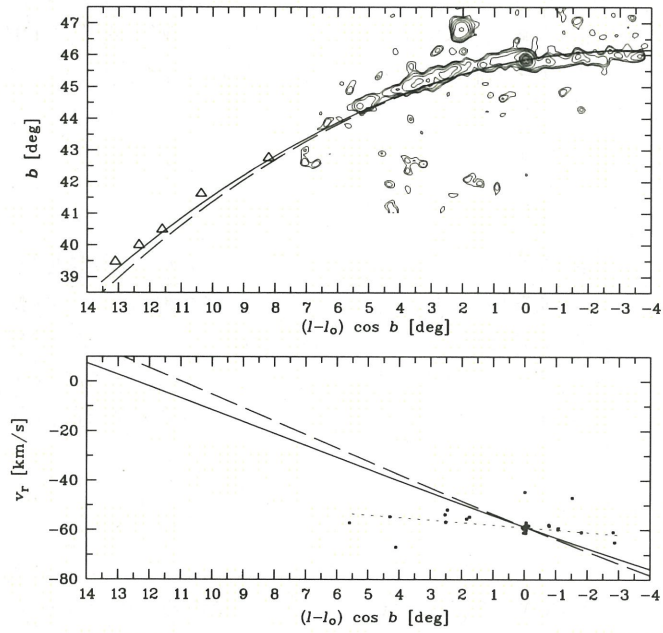


図 3.3: Pal5 の空間分布 (上) と視線速度の分布 (下)、三角は新しく見つかった debris を表している。また、等高線は表面密度を表しており、core から約  $1^\circ$  離れた所で密度の gap が観測されている。(Odenkirchen et al.2009[38])



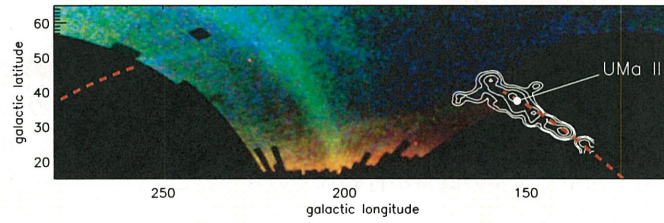


図 3.4: Orphan stream の空間分布。横軸に銀経、縦軸に銀緯を取っている。(Belokurov et al.2007[40])

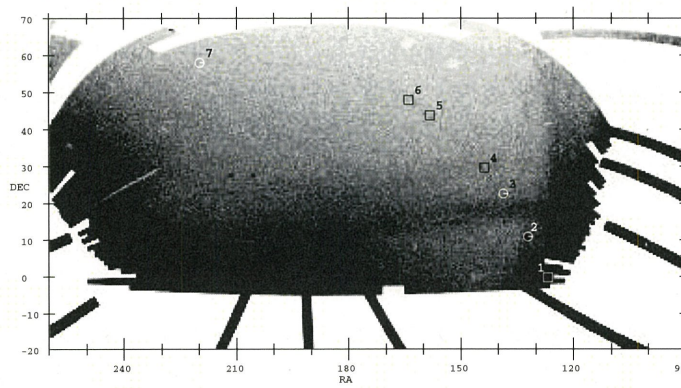


図 3.5: GD-1 の空間分布。横軸に赤経、縦軸に赤緯を取っている。(Willett et al.2009[46])

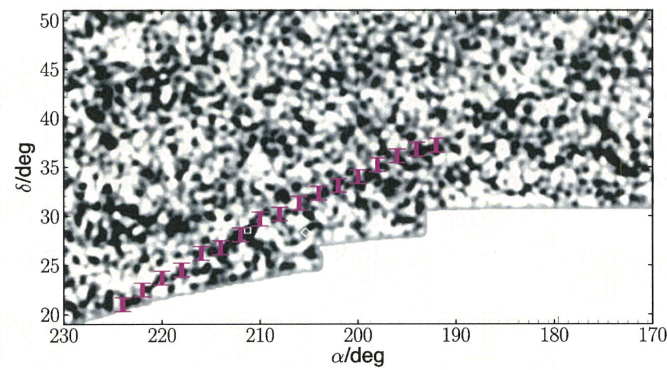


図 3.6: NGC5466 の空間分布。横軸に赤経、縦軸に赤緯を取っている。(Lux et al.2012[47])

### 3.3 ダークハローの形状の研究

前述したようにストリーム分布は主となる天体の軌道に沿うので、その運動を解析することでハローの重力場についての情報を得ることができると考えられている。このようなことから、様々なデータや手法を使ってハローの形状を制限する研究が行われている。しかし、得られる結果は研究ごとで異なり、現在も手法やモデルの改善が行われている。ここでは、ハロー形状の制限に対する主な研究例を紹介する。

#### 3.3.1 Sgr ストリームを用いた研究

ダークハローの形状を調べるためには、観測データと恒星系の軌道モデルを比較しこれが最も一致するときのポテンシャルのパラメーターを探していくという方法が一般的である。

Ibata et al.2001[48] ではハロー中で観測された Sgr から剥ぎ取られたと思われる carbon star を使って、これらの視線速度や距離を再現するときのハローの形状を調べている。本研究ではハローのポテンシャルとして Dehnen & Binney.1998 のモデルを用いており、

$$\rho(R, z) = \rho_0 \left( \frac{s}{r_0} \right)^{-\gamma} \left( 1 + \frac{s}{r_0} \right)^{\gamma-\beta} e^{-s^2/r_0^2} \quad (3.3.1)$$

$$s \equiv (R^2 + q_m^{-2} z^2)^{1/2} \quad (3.3.2)$$

ここで、 $q_m$  がハローの平坦性を特徴づけるパラメーターになっている。図 3.7 の右の図は  $q_m = 1.0$  としたときに N 体シミュレーションから得られるストリームの空間分布、太陽から見た視線速度 (上) 及び距離 (下) を表したものであり、他の値を入れたときより観測データ (右) の分布と一致しているという結果が得られた。さらに、観測とシミュレーションの比較を定量的に評価するため、尤度関数

$$L_m(\mathcal{D}) = \prod_{i=1}^n l_m(d_i) \quad (3.3.3)$$

を使用しており、図 3.8 がその結果を表している。図の H1,H2 はそれぞれハローのポテンシャルを  $\beta = 2, \gamma = 0$  (H1:core),  $\beta = 3, \gamma = 1$  (H2:NFW) としたものを表し、D1,D2 は Sgr の hal-mass radius  $r_{1/2}$  と中心集中度  $c$  を  $r_{1/2} = 0.55 \text{ kpc}, c = 0.5$  (D1),  $r_{1/2} = 1.0 \text{ kpc}, c = 0.7$  (D2) としたものを表している。また線はそれぞれ銀河中心から 50kpc の地点での回転速度  $v_c(50 \text{ kpc})$  を 200km/s(solid line), 220km/s(dashed line), 240km/s(dot-dashed line) としたときの結果に対応しており、ほぼ全てのモデルにおいて  $q_m = 1$  となる可能性が高いことを示している。

よってこの研究では、銀河中心から 60kpc 以内のハローの形状はほぼ球対称 (spherical) であるという結論に至っている。



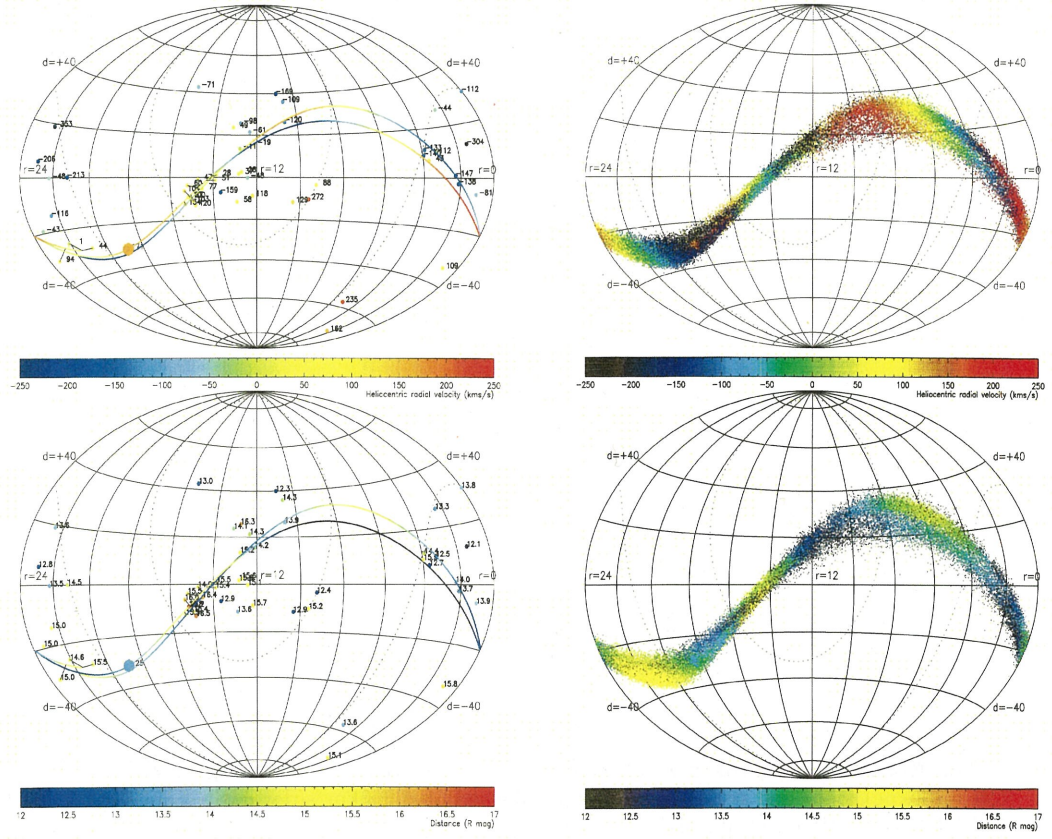


図 3.7: carbon star の分布 (左) と  $q_m = 1.0$  としたときの N 体シミュレーションから得られる Sgr ストリームの分布 (右) を示したもの。図の色は星の視線速度 (上) と距離 (下) を表している。(Ibata et al.2001[48])



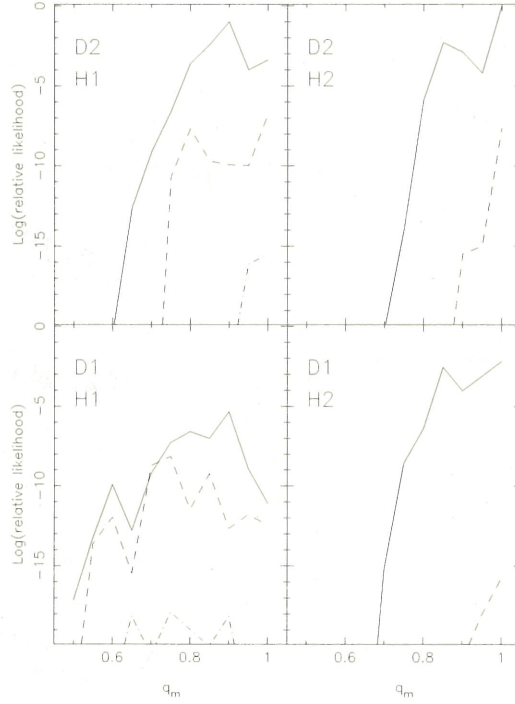


図 3.8: 異なるハローと矮小銀河のモデルを用いたときに得られるハロー平坦性  $q_m$  を表したものの。線はそれぞれ  $v_c(50\text{kpc})$  を 200km/s(solid line), 220km/s(dashed line), 240km/s(dot-dashed line) としたときの結果に対応している。(Ibata et al.2001[48])

### 3.3.2 2MASS データの適用

Helmi 2004[49] では N 体シミュレーションを使って 2MASS(Majewski et al.2003) や SDSS(Ivezic et al. 2000;Yanny et al.2000) などで検出された Sgr stream の空間分布に最も合うときのハローの形状を調べた。本研究で用いたポテンシャルのモデルは、

$$\Phi_{bulge} = -\frac{GM_{bulge}}{r+c} \quad (3.3.4)$$

$$\Phi_{disk} = -\frac{GM_{disk}}{\sqrt{R^2 + (a + \sqrt{z^2 + b^2})^2}} \quad (3.3.5)$$

$$\Phi_{halo} = v_{halo}^2 \ln [R^2 + (z^2/q^2) + d^2] \quad (3.3.6)$$

であり、 $q$  はディスク面に対して垂直な方向のハローのポテンシャルの平坦性を特徴づけるパラメータになっている。図 3.9 の左上のものが観測で得られた分布を表し、青丸が 2MASS のデータ、赤の四角が SDSS のデータ、緑が Sgr の core の位置を表している。残りののは各ポテンシャルでのシミュレーションの結果を表しており、色は Sgr から剥ぎ取られた時期を表しており色の薄いものほど古くからストリームになったものに対応している。図の分布を比較すると黒色の粒子はどのモデルにおいても同じような分布を示しているように見える。また、観測から得られたデータは黒い粒子の位置とほぼ一致している。よって、観測データからハローの形状に制限をつけることは難しいことが分かる。

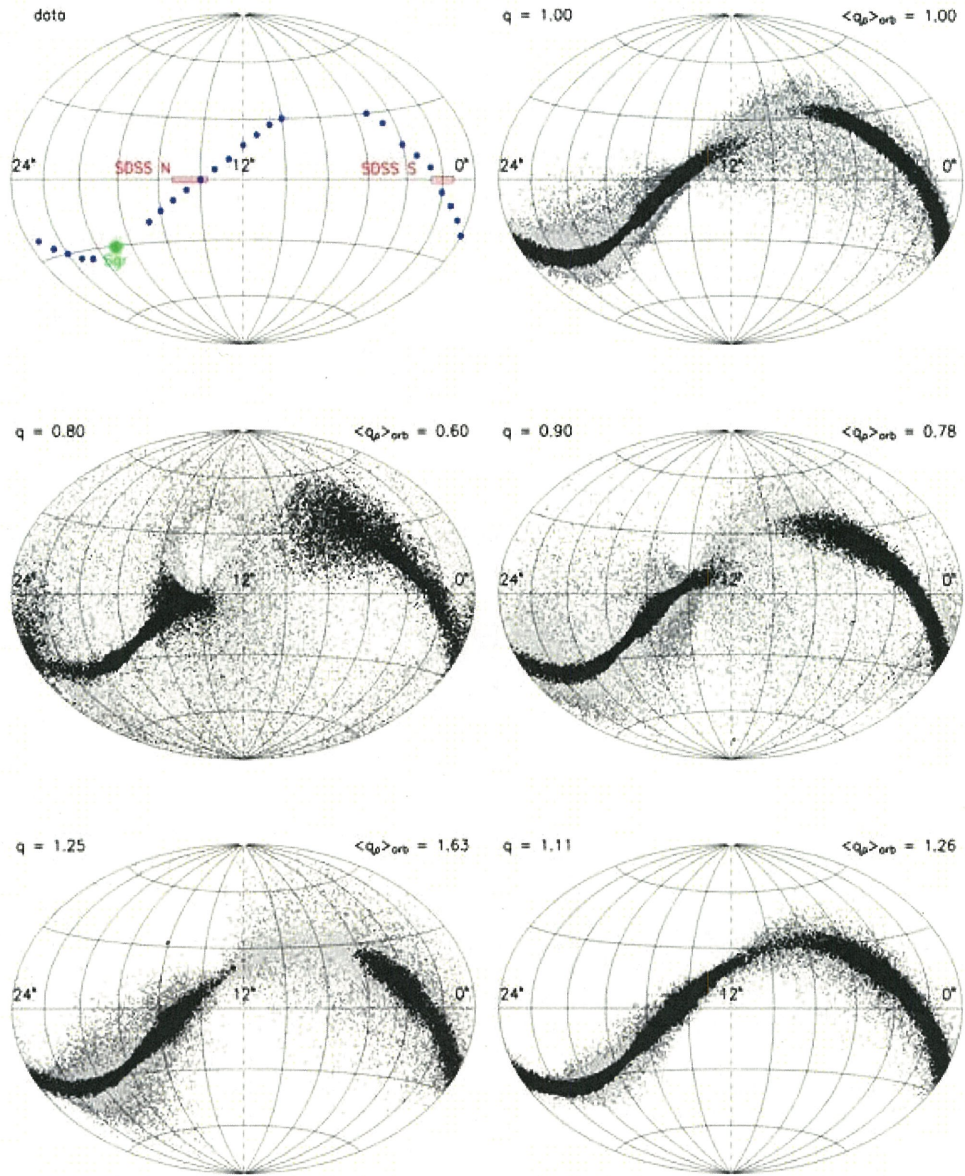


図 3.9: 観測データと N 体シミュレーションの結果を fitting したもの。右上の図が観測データの空間分布 (青:2MASS、赤:SDSS、緑:Srg の core) を表している。残りの 5 つはポテンシャルの軸比を変えたときのシミュレーションの結果を表しており、色はそれぞれ現在から黒:3Gyr 以下、薄い灰色:3~6.5Gyr、暗い灰色:6.5Gyr 以上前に ccore から剥がれたものに対応している。(Helmi.2004[49])



### 3.3.3 軌道面の歳差による制限

Helmi 2004 で示されているとおり、2MASS のデータは剥ぎ取られてからの時間が短く、ストリームの幅からハローの形状に制限を付けることは難しいといった結果が得られている。そこで、Johnston et al.2005[50] では Sgr stream の leading tail と trailing tail の軌道面を調べ、その歳差からハローの形状についての制限を行っている。本研究では Helmi 2004[49] と同じポテンシャルのモデルを使ってハローの形状を調べている。図 3.10 は上がストリームの leading tail の orbital pole(赤い十字) とシミュレーションから得られた各ポテンシャルでの軌道の orbital pole(等高線)を表しており、下の図は trailing tail のそれに対応している。この結果から、trailing tail の軌道の極はポテンシャルの形状にあまり依存しておらず、一方で leading tail は orbital pole に違いが見られることが分かった。これは、trailing に比べ leading に属している星は比較的古くに剥ぎ取られており、ホストのポテンシャルの影響をより強く受けていることに起因していると考えられる。これらの比較から、ポテンシャルの形状は  $q = 0.9 - 0.95$  が最もらしく  $q < 0.8, q > 1.05$  は  $3\sigma$  の信頼度で棄却されるという結果が得られた。

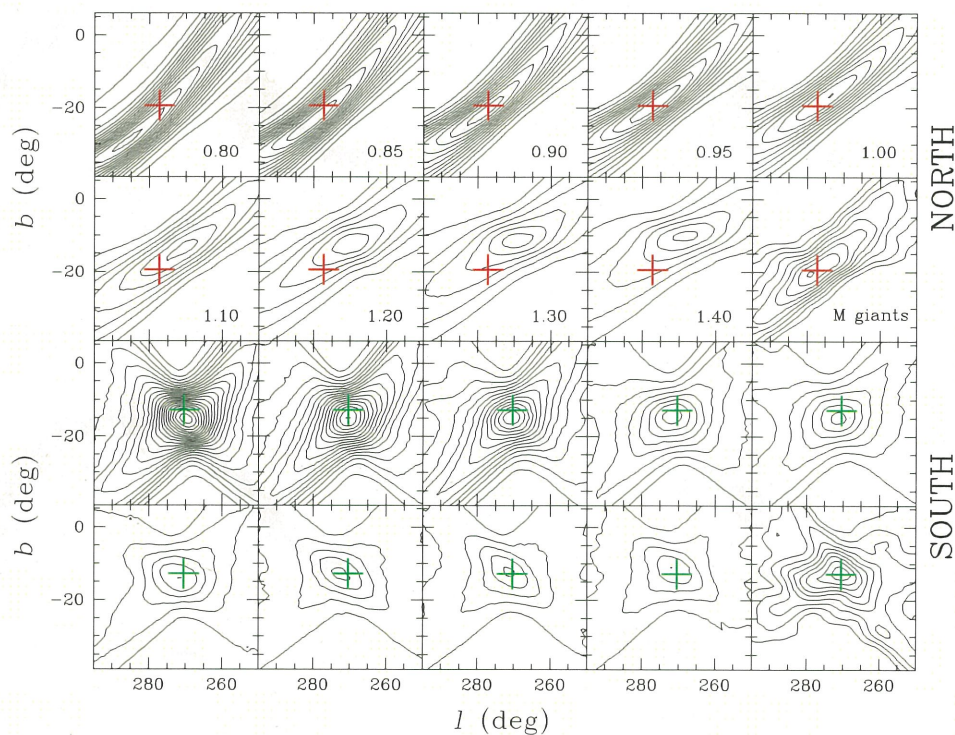


図 3.10: シミュレーションから得られたストリームの orbital pole を示したもの。横軸に銀経、縦軸に銀緯をとっており、上二列が北半球 (leading)、下二列が南半球 (trailing) の結果に対応している。(Johnston et al.2005[50])

### 3.3.4 bifurcation による制限

Sgr ストリームには  $\alpha \sim 190^\circ$  付近で枝分かれている構造 (bifurcation) が見られる。Fellhaur et al.2006[51] では、この構造の起源がホストハローの形状であることを示している。本研究では Helmi 2004[49] と同じポテンシャルのモデルを使って N 体シミュレーションを行い、ハロー平坦性のパラメーター  $q$  や Sgr の core の固有運動の違いによって bifurcation が生じるかを調べた。その結果、ハローの形状をほぼ spherical ( $q = 1.0, 1.05$ ) にしたときに bifurcation が生じそれ以外のときは固有運動の値によらず bifurcation は見られなかった。よって、このような構造が生じるかはハローが形状に依存し、さらにその形状はほぼ球対称であることが示唆されている。

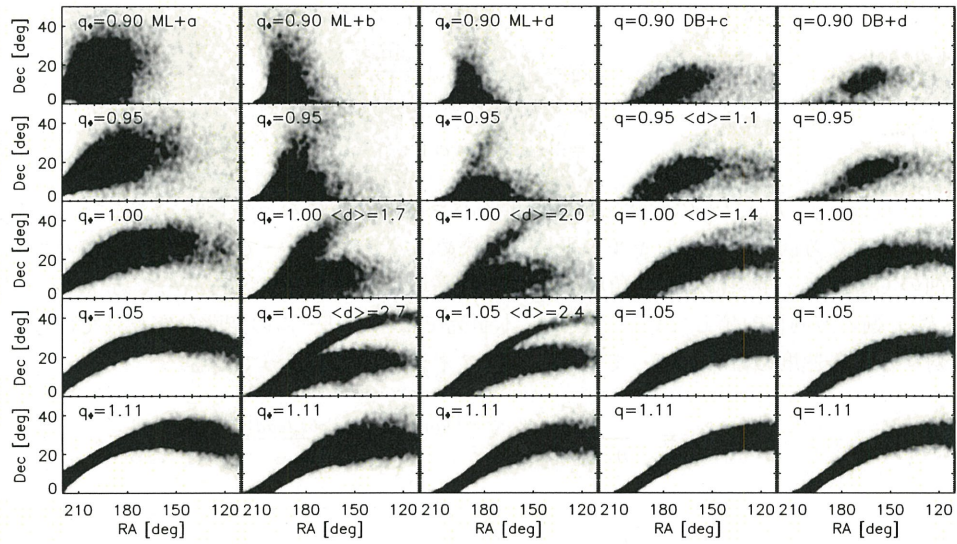


図 3.11: N 体シミュレーションから得られる Sgr ストリームの  $\alpha \sim 190^\circ$  近辺の空間分布を示したもの。bifurcation が見られるのは  $q_\phi$  を 1.0 か 1.05 にしたときのみになっている。(Fellhaur et al.2006[51])



### 3.3.5 triaxial potential を用いた fitting

Law et al.(2009)[52] ではダークハローの形状の制限において十分な結果が得られていない理由として、仮定したポテンシャルのモデルを挙げており、CDM で予測されているような三軸不等 (triaxial) モデルを用いてハローの形状の制限を行っている。用いたモデルの形は

$$\Phi_{halo} = v_{halo}^2 \ln (C_1 x^2 + C_2 y^2 + C_3 xy + (z/q_z)^2 + r_{halo}^2) \quad (3.3.7)$$

となり、ここで  $C_1, C_2, C_3$  はそれぞれ

$$C_1 = \left( \frac{\cos^2 \phi}{q_1^2} + \frac{\sin^2 \phi}{q_2^2} \right) \quad (3.3.8)$$

$$C_2 = \left( \frac{\cos^2 \phi}{q_2^2} + \frac{\sin^2 \phi}{q_1^2} \right) \quad (3.3.9)$$

$$C_3 = 2 \sin \phi \cos \phi \left( \frac{1}{q_1^2} - \frac{1}{q_2^2} \right) \quad (3.3.10)$$

で表され  $q_1, q_2, q_z$  がハローの形状を特徴づけるパラメーターになっている。ここで、 $q_z$  は銀河面に対して垂直な方向のポテンシャルの平坦さを決めるパラメーターであり、 $q_1, q_2$  はハローの主軸を銀河の Cartesian 座標に対して角度  $\phi$  の方向の平坦さを表すパラメーターであり、 $\phi = 0^\circ$  のとき  $q_1$  は  $x$  軸の方向に対応している。また、本研究ではストリームの空間分布だけではなく銀河中心に対する動径速度の分布も使って以下の式でフィティングを行っている。

$$\begin{aligned} \chi^2 = & \frac{1}{n_{v,lead} - 3} \sum_i \frac{(v_{orbit}[i] - v_{obs,lead}[i])^2}{\sigma_v^2} \\ & + \frac{1}{n_{v,trail} - 3} \sum_i \frac{(v_{orbit}[i] - v_{obs,trail}[i])^2}{\sigma_v^2} \\ & + \frac{1}{n_\delta - 3} \sum_i \frac{(\delta_{orbit}[i] - \delta_{obs}[i])^2}{\sigma_\delta^2} \end{aligned} \quad (3.3.11)$$

ここで  $n_{v,lead} = 94, n_{v,trail} = 108$  で  $n_\delta = 14$  であり、それぞれ 2MASS で得られた leading と trailing 速度のデータ数と SDSS で得られた赤緯のデータ数を表している。その結果  $\chi$  の値が最も小さくなるパラメーターの組み合わせは  $\phi = 180^\circ, q_1 = 1.5, q_z = 1.25$  のなった ( $q_2$  は 1 で固定している)。このとき major/minor axis の比と major/intermediatic axis の比、ハローの楕円率

$$T = \frac{1 - b^2/a^2}{1 - c^2/a^2} \quad (a > b > c) \quad (3.3.12)$$

はそれぞれ、 $c/a = 0.67, b/a = 0.83, T = 0.56$  となり、CDM のシミュレーションから予測されているもの (Hayashi et al.2007[16]) とほぼ同程度の軸比の値が得られている。このことから、Sgr の軌道半径 ( $r \leq 60\text{kpc}$ ) 内のハローの形状は triaxial であるという結論に至っている。

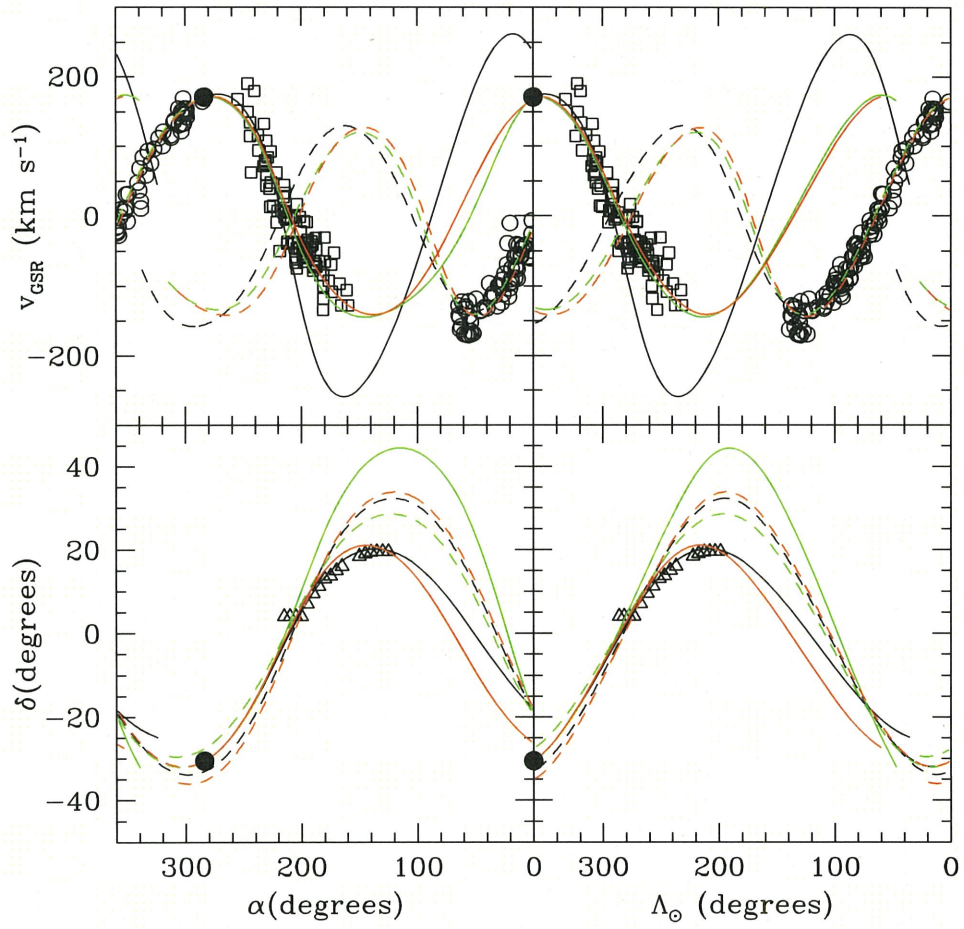


図 3.12: 横軸に赤経 (左) と Sgr の軌道に沿った経度 (右)、縦軸に銀河中心に対する動径速度 (上) と赤緯 (下) をとっており、図の三角、四角は leading のデータ、丸が trailing のデータを表している。線はそれぞれポテンシャルを軸対称にしたとき最も空間分布に合う軌道 (黒)、速度分布に合う軌道 (緑)、ポテンシャルを三軸不等にしたときの軌道 (赤) を示している。三軸不等のときのみ空間分布と速度分布のどちらにも合う軌道を得ることができる。(Law et al.2009[52])



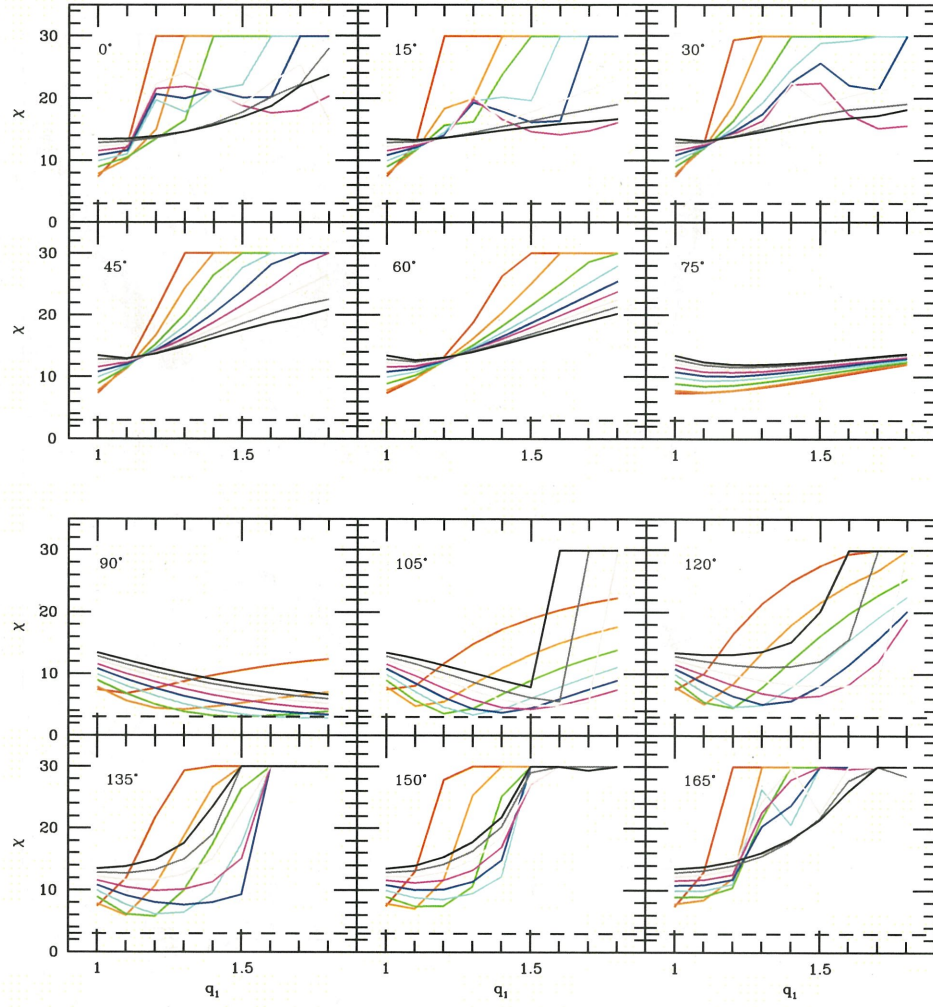


図 3.13: 横軸を  $q_1$ 、縦軸を  $\chi$  をとし線の色は  $q_z$  を示している。図の数字は  $\phi$  に対応しており、 $\phi = 90^\circ, q_1 = 1.5, q_z = 1.25$  のときに  $\chi$  の値が最も小さくなっている。(Law et al.2009[52])

### 3.3.6 NGC5466 を用いた研究

Sgr ストリームは銀河系で観測されている代表的なストリームであり、様々な手法を用いてハローの形状を制限する研究が行われている。一方で、矮小銀河銀河起源のストリームは速度の分散が大きくストリームの幅も大きくなるので progenitor の軌道を同定しにくい。また、内部の性質が bifurcation などの特徴に影響を与えるため、ハローの形状を制限する上で不都合な点が多い。そこで、Lux et al.2012[47] では球状星団 NGC5466 で検出されている分散の小さいストリームを使ってハローの形状の制限を行っている。先述したように NGC5466 のストリームは  $\alpha < 190^\circ$  の領域においてスムーズな軌道からのずれが見られている。そこで、本研究では観測されているストリームの分布に合い、さらにそのような特徴が見られる軌道を再現できるか調べた。その結果、ハローの形状を spherical や prolate にしてモデルを作った場合、観測で見られるようなずれを持つ軌道を再現することができず、一方 oblate と triaxial とした場合、観測で見られるような位置にずれを持つ軌道が出てくることが分かった。さらに、disc やハローのポテンシャルを exponential disc や triaxial NFW potential に変えても同じような結果が得られている、しかし、本研究では形状に対して定量的な評価は行われておらず、NGC5466 でより詳しく形状を制限するためには視線速度などのさらなる情報が必要となっている。

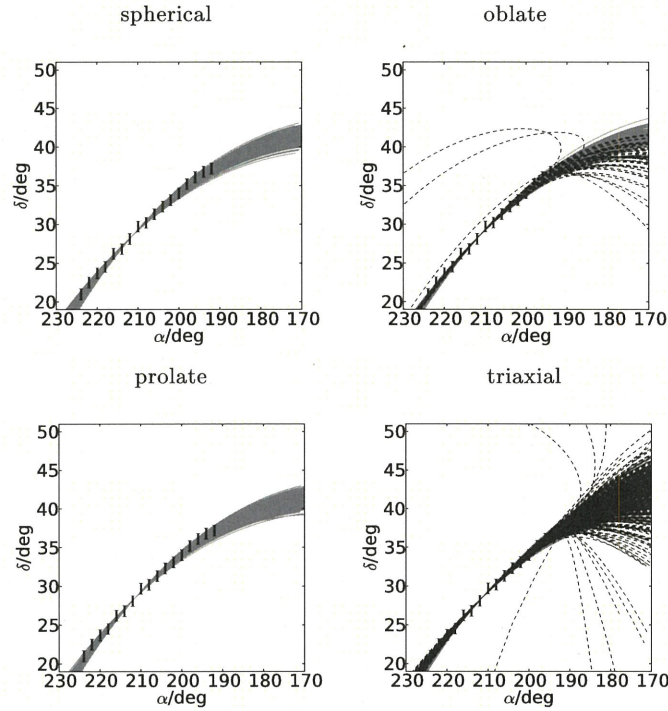


図 3.14: MCMC 法を用いて NGC5466 の空間分布と一致するように作った軌道のモデル。ポテンシャルを oblate と triaxial としたときの滑らかな分布からずれた軌道が生じている。(Lux et al.2012[47])

### 3.4 ストリームの mapping

前章で記述したように CDM 理論に基づく構造形成では小さな構造が合体・降着を繰り返すことでより大きな構造が形成される階層的な構造形成を示している。そのようなことからストリームは銀河の形成における痕跡だと考えられており、その性質からどれだけの銀河がハローの形成に寄与しているかを調べるための研究が行われている。Helmi & de Zeeuw (2000)[53] では、衛星銀河の運動の積分空間の情報は銀河の力学進化の影響をあまり受けないため、降着した衛星銀河がホストハローから受ける潮汐力により空間的に引き伸ばされた後でも運動の積分空間で見ると初期の状態を保っていることを指摘している。

図 3.15 は各衛星銀河の運動の積分空間の分布を表しており、上の図が初期状態での分布を表し、下の図がそれから 10Gyr たった後の分布に対応している。図の色は下の図と上の図で同じ衛星銀河に対応しており、10Gyr 後もほぼ同じ位置に分布していることが分かる。よって、星の 6 次元位相空間の情報を得ることが出来ればその星が元々どの天体に属していたかが分かり、stellar halo の形成において矮小銀河の降着がどれだけ寄与しているかについて調べることが出来ると考えられている。

また、Gómez et al.2010[54]&2011[55] では運動の積分空間だけでなく軌道の動径方向と方位角方向の角周期  $\Omega_r, \Omega_\phi$  の空間においても個々のストリームに分離できることを指摘しており、さらにその角周期をフーリエ解析することで、その衛星銀河が現在からどれだけ前にホストハローに降着してきたかを同定できると主張している。

GAIA などの次世代の望遠鏡では、星の運動の中で特に得ることが難しい固有運動を  $\sigma_\mu < 10\mu\text{asyr}^{-1}$  (at  $V \sim 15$ ) の精度で見積もることができ、個々の星をこのような分布にまとめることで銀河系の形成史に対する更なる理解が得られると考えられている。



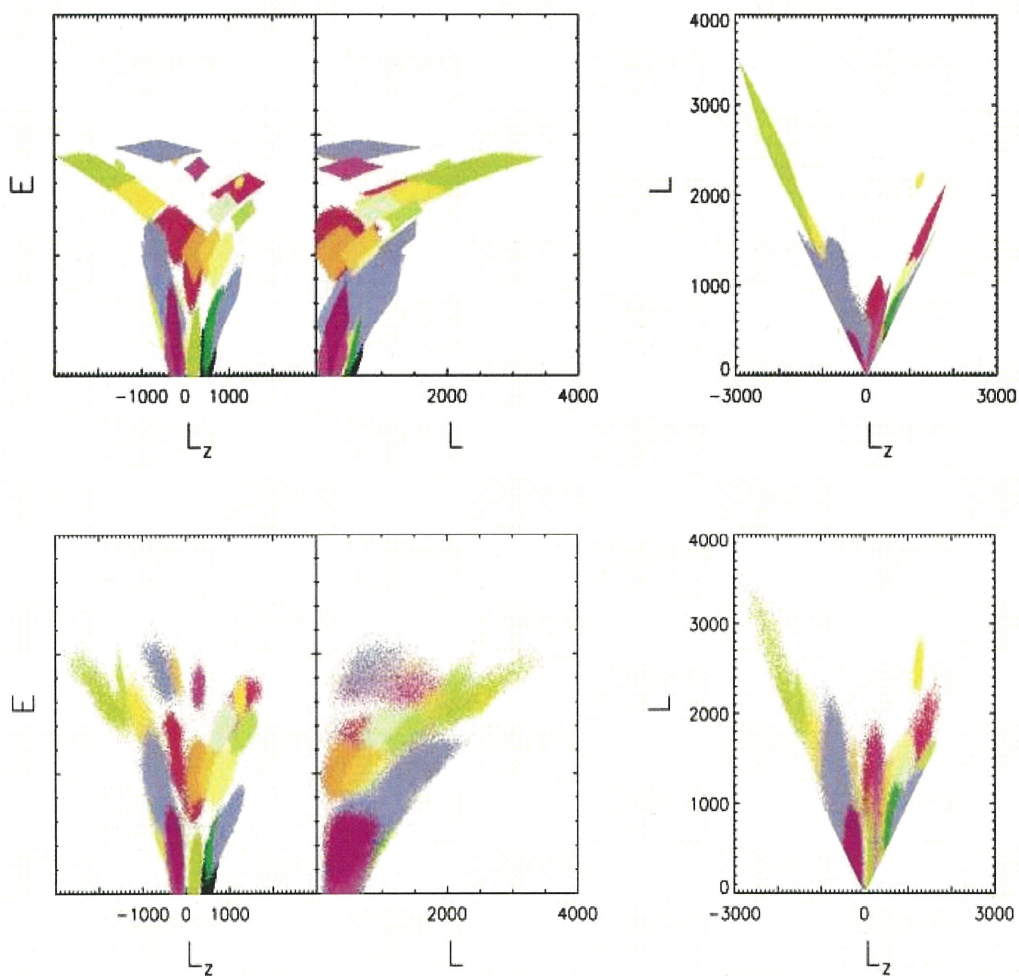


図 3.15: 観衛星銀河の運動の積分空間での時間変化を示したもの。一番左は横軸に  $z$  方向の角運動量、縦軸に全エネルギーを取っており、真ん中の図は横軸に全角運動量を取っている。一番右は横軸に  $z$  方向の角運動量、縦軸に全角運動量を取っている。また上の図は分布の初期状態であり、それから 12Gyr 後の分布を示しているのが下の図である。上と下で同じ色は同一の衛星銀河に対応し 12Gyr 後もほぼ同じ分布を保っていることが分かる。(Helmi et al.2000[53])

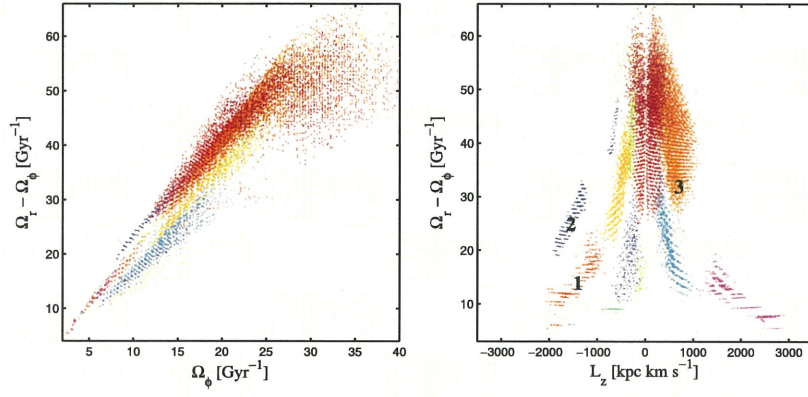


図 3.16: 衛星銀河の軌道角周期  $\omega_r, \omega_r - \omega_\phi$  (左) と Z 軸方向の角運動量 (右) の分布を表している。(Gómez et al.2010[55])

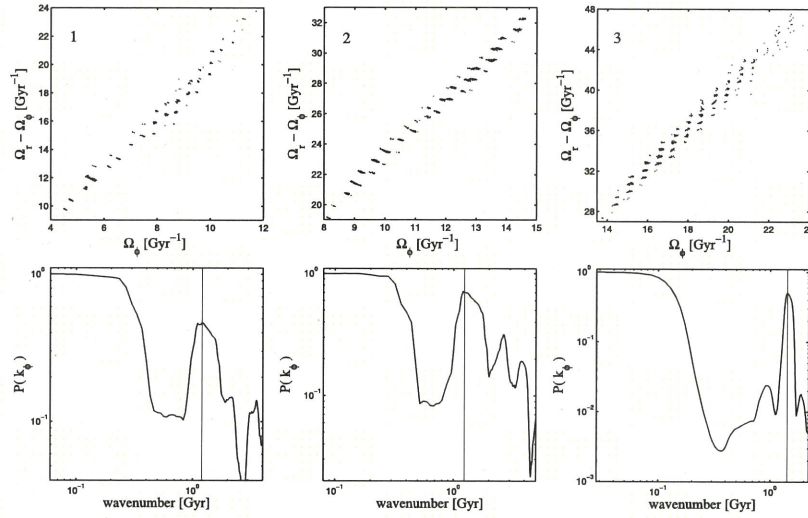


図 3.17: 横軸に時刻の関数となっている波数、縦軸に波数  $k_\phi$  のパワースペクトルを取ったものを示している。パワースペクトルのピークの位置が衛星銀河がホストハロー降着した瞬間に対応する。(Gómez et al.2010[55])

### 3.5 サブハローの検出

前章で記したように、CDM 理論では小さなスケールのゆらぎが消えずに残っているため、銀河のダークハローの中には無数のサブハローが存在するという結果が得られている。実際にこのような構造が存在するかを調べる方法として、恒星ストリームを用いた方法が考えられている (Ibata et al.2002[56];Yoon et al.2011[57];Carlberg 2012[58])。CDM で予測されるだけのサブハローがハローに存在するのであれば、それらから摂動を受けることにより、ストリームの表面密度の分布などに影響が及ぶことが予測される。また、観測されている Pal5 や GD1 といった球状星団から派生したと考えられているストリームは表面密度の分布が一様ではなく密度が周囲より密度の高い領域 (clump) がいくつか観測されている。このようなことから、サブハローとの相互作用によって観測と同じような密度分布が再現できるや、摂動の影響を見るにはどのようなストリームが適しているかなどの研究が行われている。例として、Ibata et al.2002[56] では N 体シミュレーションを用いて、ハローのポテンシャルの中にサブハローを入れたときと入れなかったときで、ストリームの運動の積分空間の分布に違いが出るかを調べた。その結果、球状星団から派生している速度の分散が小さいストリームはサブハローの効果によって運動の分布に大きな違いが生じることが分かった。一方、矮小銀河サイズのストリームは本来持っている分散が大きいため、サブハローの摂動の効果が見えにくい、よってこのような効果をみるには分散の小さいストリームが適していると考えられる。

また、Yoon et al.2011[57] では、ストリームの表面密度が CDM で問題となっている質量小さいサブハローによって形成されるかを調べるため、サブハローを質量ごとに分け、ハローのポテンシャルの中に各質量のサブハローを加えたときに得られる表面密度の分布を比較している。図 3.20 はハローの中に各質量の範囲のサブハローを加えたときのストリームの分布を表しており、上からストリームに沿った表面密度、速度分散、視線速度の分布を示し、左から、nosubhalo、 $10^5 \sim 10^6 M_\odot$ 、 $10^6 \sim 10^7 M_\odot$ 、 $10^7 \sim 10^8 M_\odot$ 、 $10^8 \sim 10^9 M_\odot$  の結果に対応している。図から質量の小さいサブハローを加えたときは非一様な表面密度が生じているのに対し、質量の大きいもののみ加えた場合はサブハローを加えなかった場合とほとんど同じような結果になっている。これは、質量の大きいサブハローはストリームの分布全体に寄与するため、小さいスケールの密度の gap を作ることが出来ないことを示唆している。よって、Pal5 などで見られる非一様な表面密度の分布は CDM で予測されるような小質量のサブハローによって形成されたと考えられる。

一方、表面密度の起源においてこれとは異なるメカニズム (Kupper et al.2010[59];Just et al 2009[60]) も考えられており、まだ明確な結論には至っていない。



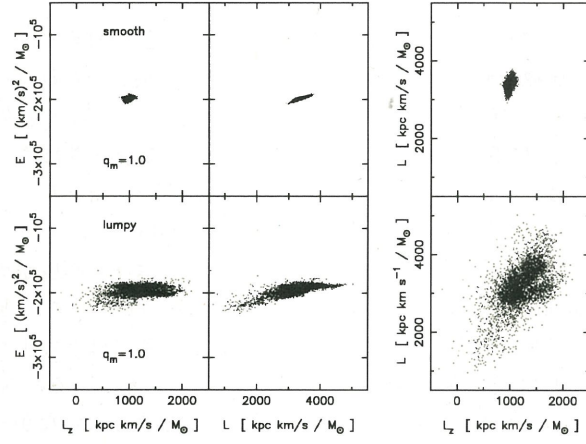


図 3.18: 球状星団と同程度の大きさや速度分散を持った天体を 12Gyr 軌道させた後の運動の積分空間の分布を表したものである。上の図は smooth なポテンシャルで計算したもので、下の図はサブハローを加えたものに対応しており、サブハローとの相互作用により積分空間の分布に影響が生じることが分かる。(Ibata et al.2002[56])

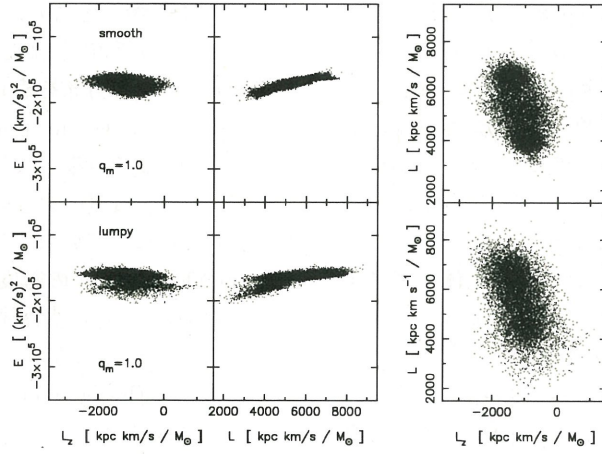


図 3.19: 矮小銀河サイズでの積分空間の変化を表したものである。矮小銀河はそのものが持つ分散が大きいため、サブハローとの相互作用の影響は球状星団よりも見えにくい。(Ibata et al.2002[56])

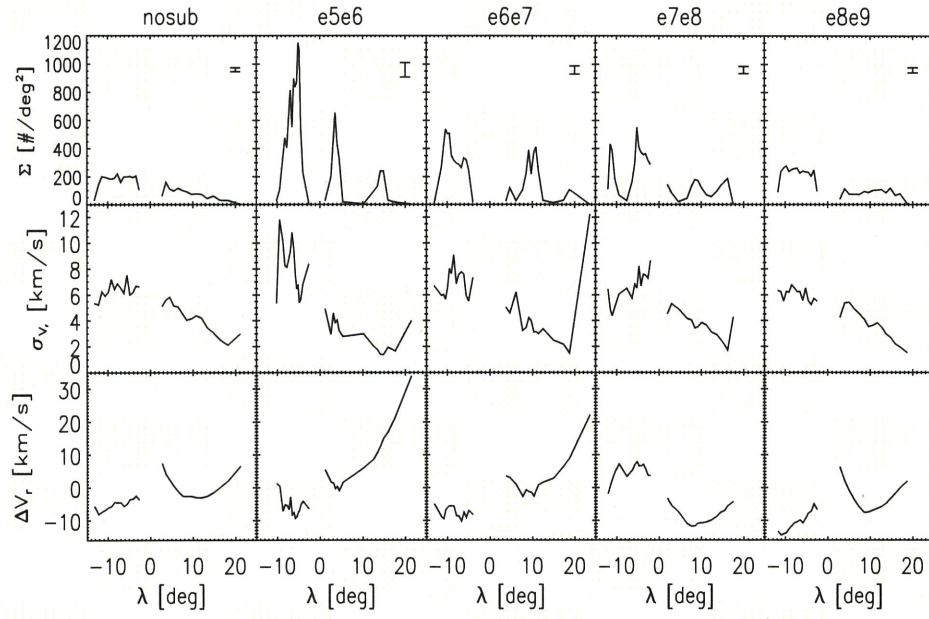


図 3.20: 各質量ごとのサブハローを加えて軌道を進化させたときに得られるストリームに沿った表面密度 (上)、速度分散 (中央)、視線速度 (下) の分布。左から nosubhalo、 $10^5 \sim 10^6 M_\odot$ 、 $10^6 \sim 10^7 M_\odot$ 、 $10^7 \sim 10^8 M_\odot$ 、 $10^8 \sim 10^9 M_\odot$  を加えたときの結果に対応している。(Yoon et al.2011[57])

## 第4章

### 研究手法

恒星ストリームはダークハローの性質を調べる際に非常に強力な道具となる。しかし、観測から固有運動や各データ点までの距離を正確に得ることは難しい。そのため、初期条件による不定性が生じてしまいストリームの分布に合う軌道のモデル構築することが難しくなる。Binney (2008)[61]では特に不定性の大きい固有運動を用いず銀河座標に投影したストリームの軌道とその軌道に沿った視線速度から残り運動を導出する方法を紹介している。本章では、まずその手法について論じ、さらに今回の研究のために必要な設定について記述する。

#### 4.1 研究手法

銀河中心が静止している慣性座標系を考える。  
太陽から軌道上の点までの距離を  $s$  とすると銀河中での星の運動方程式は

$$\ddot{s} = -\nabla\Phi \quad (4.1.1)$$

ここで、 $\Phi$  は銀河の重力ポテンシャルを表している。また、星の速度は、 $s$  を使って表すと

$$\mathbf{v} = \frac{d(s\hat{s})}{dt} + s\frac{d\hat{s}}{dt} \quad (4.1.2)$$

視線方向の速度と加速度はそれぞれ、

$$v_{\parallel} = \hat{s} \cdot \mathbf{v} = \dot{s} \quad (4.1.3)$$

$$\dot{v}_{\parallel} = F_{\parallel} + \mathbf{v} \cdot \frac{d\hat{s}}{dt} \quad (4.1.4)$$

ここで、 $F_{\parallel}$  は重力加速度を視線方向に投影したものを表している。さらに、接線方向の速度  $v_{\perp}$  は、

$$|v_{\perp}|^2 = s^2 \dot{u}^2 \equiv s^2 (\dot{b}^2 + \cos^2 b \dot{l}^2) \quad (4.1.5)$$

となる。ここで、 $l$ 、 $b$  はそれぞれ銀経、銀緯を表し、 $u$  は天球面上での軌道の長さに対応している。上記の式から、 $v_{\perp}$  を消去すると  $dt$  の二次方程式が得られる。さらにその方程式の解を導出すると

$$dt = \frac{1}{2F_{\parallel}} \left( dv_{\parallel} \pm \sqrt{dv_{\parallel}^2 - 4sF_{\parallel} du^2} \right) \quad (4.1.6)$$

両辺を  $du$  で割ると

$$\frac{dt}{du} = \frac{1}{2F_{\parallel}} \left( \frac{dv_{\parallel}}{du} \pm \sqrt{\left( \frac{dv_{\parallel}}{du} \right)^2 - 4sF_{\parallel}} \right) \quad (4.1.7)$$

これと視線速度の式から

$$\frac{ds}{du} = v_{\parallel} \frac{dt}{du} \quad (4.1.8)$$

この式を解くことで各データ点の距離を導出することが出来、さらに接線方向の速度の大きさは(4.1.5)の式で与えられ、よって、初期条件に固有運動を仮定することなく軌道の6次元位相空間の情報を得ることが出来る。



## u の導出

上記の式を解くには、天球上での軌道の長さである  $u$  を導出しさらに視線速度などを  $u$  に従う関数にしないといけない。 $u$  の値は軌道上にあるデータ点の銀経  $l$  及び銀緯  $b$  の分布から導出される。まず、データ点の区間の長さを以下の式で大まかに見積もる。

$$\lambda_i = \sum_{i < j} \sqrt{(b_{j+1} - b_j)^2 + \cos^2[\frac{1}{2}(b_{j+1} + b_j)](l_{j+1} - l_j)^2} \quad (4.1.9)$$

出てきた  $\lambda$  を使って各点の銀経、銀緯の値を通る関数を cubic spline で見積もる。関数  $l(\lambda)$  と  $b(\lambda)$  を以下の式に入れて各点の  $u$  の値を導出する。

$$u_i = \int_0^{\lambda_i} d\lambda \sqrt{b'^2 + \cos^2 l'^2} \quad (4.1.10)$$

ここで、prime は  $\lambda$  の微分を表している。以上の方法でも求めた  $u$  の値から cubic spline で  $v_{\parallel}(u)$ 、 $l(u)$ 、 $b(u)$  を導出し (4.1.8) の式に入れて計算する。また、(4.1.8) の式を解く際に 4 次のルンゲ・クッタ法を使用した。

## ポテンシャルの制限

最終的に上記の式を解く際に与えなくてはならないものは、 $s$  の初期値と銀河の重力ポテンシャル  $\Phi$  のみになる。Binney 2008[61] では導出された各点の運動から与えた  $s$  の値やポテンシャルのパラメーターを制限する方法を紹介している。まず、各データ点での  $s$  と  $|v_{\perp}|$  が得られたら、その点でのエネルギー

$$E = \frac{1}{2}(v_{\parallel}^2 + v_{\perp}^2) + \Phi \quad (4.1.11)$$

を計算する。先述したようにストリームの分布は progenitor の軌道に沿うので、各データ点でのエネルギーは同じような値になると考えられる。よって、データ点のエネルギーのずれの大きさ(標準偏差)

$$\Delta E = \sqrt{\langle E^2 \rangle - \langle E \rangle^2} \quad (4.1.12)$$

を計算し、その値が基も小さくなるパラメーターを探すことで、ポテンシャルの制限をすることが出来る(ここで、 $\langle \dots \rangle$  は平均を表している)。Binney 2008 ではこれを確かめるために、シミュレーションで作ったデータから上記の方法で各データ点のエネルギーを計算し、モデルを作った際にインプットしたパラメーターの入れたときに標準偏差が最も小さくなるかを調べている。Binney 2008[61] では Miyamoto-Nagai potential(Miyamoto & Nagai 1975[62])

$$\Phi = -\frac{GM}{\sqrt{R^2 + (a + \sqrt{z^2 + b^2})^2}} \quad (4.1.13)$$

を用いて、モデルを作っている。図 4.1 はポテンシャルのパラメーターを  $b/a = q = 0.2$ 、 $GM/a = 1.0$  として作ったモデルの天球上の分布(右図)と視線速度の分布(左図)を表している。図 4.2 は横軸が計算入れた  $s$  の初期値と正しい  $s$  の値  $s_0$  の比で、縦軸が横軸の  $s$  の値を入れたときに出てくる  $\Delta E$  の値に対応しており、さらに図の三角形、四角形、五角形は  $q$  をそれぞれ 0.2、0.5、1.0 とし

たときものを表している。この図から  $s/s_0 = 1.0$  かつ  $q = 0.2$  としたときにデータ点のエネルギーのずれが最も小さくなっていることが分かる。同様に図 4.3 は横軸に  $q$ 、縦軸に  $GM/a$  とし、その値を入れて出てきたエネルギーの標準偏差を等高線で表している。この図からも  $GM/a = 1.0$ 、 $q = 0.2$  としたときに標準偏差の値が最も小さくなっている。以上のようにこの方法を用いることで軌道の 6 次元位相空間の情報を導出するだけでなく、銀河の重力ポテンシャルに制限を付けることができると考えられる。

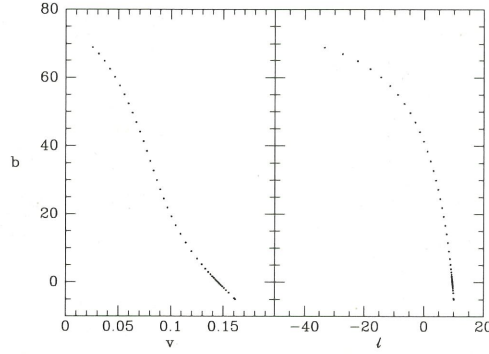


図 4.1: ポテンシャルのパラメーターを  $b/a = q = 0.2$ 、 $GM/a = 1.0$  として作った軌道のモデル。左の図は視線速度 (横軸) と銀緯 (縦軸) のデータの分布、右の図は銀経 (横軸) と銀緯 (縦軸) の分布を表している。(Binney.2008[61])

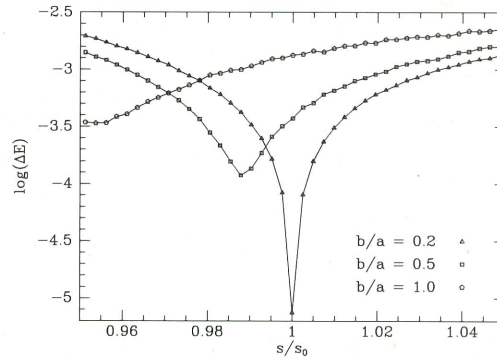


図 4.2: 上の式を用いて得られた各データ点のずれの大きさを示したもの。横軸は計算に入れた初期値を正しい値で規格化したものであり、縦軸はその値を入れて得られるエネルギーの標準偏差を表したものになっている。また、記号はポテンシャルの軸比を  $q = 0.2$ (三角)、 $q = 0.5$ (四角)、 $q = 1.0$ (五角) として計算したときの結果に対応してしている。(Binney.2008[61])

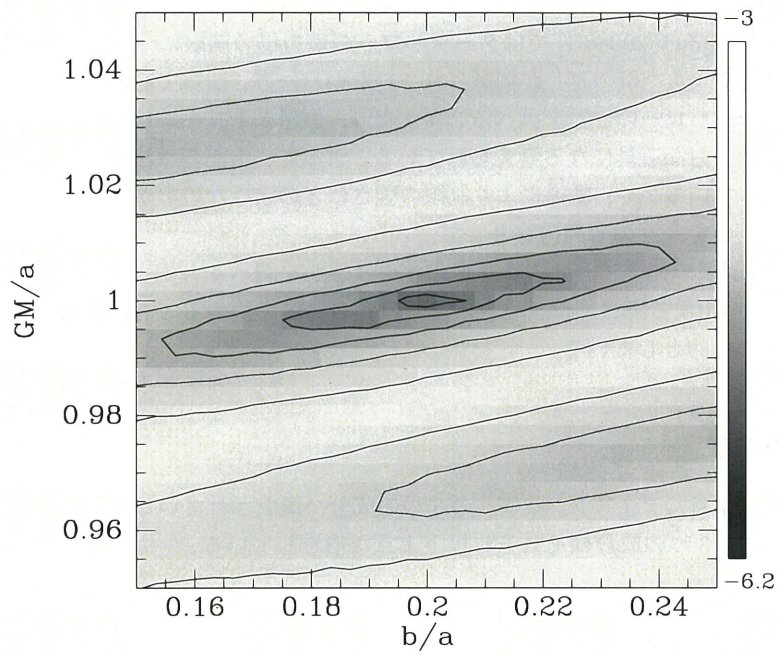


図 4.3: ポテンシャルのパラメーターの制限。横軸は計算に入れたポテンシャルの軸比、縦軸は質量を表している。等高線はエネルギーの標準偏差になっており、正しい値 ( $q = 0.2, GM/a = 1.0$ ) を入れたときに最も小さい値になっていることが分かる。(Binney.2008[61])



## 4.2 研究目的

Binney (2008) に記されている方法は銀河の重力場を制限する上で非常に有用な方法だと考えられる。しかし、Binney 2008[61] ではダークハローの重力場の制限についての評価がされておらず、また軌道のモデルも一例のみしか掲載されていない。一方、前章で記述したように銀河形成を理解するにはダークハローの性質を調べる必要があり、恒星ストリームはダークハローの形状を制限する上で非常に強力な道具になる考えられている。よって、上記の手法がダークハローの形状を制限するのに適しているかや、軌道により制限の強さにどのような違いが生じるかなどを調べていく必要がある。そこで今回の研究内容として、

- (1) 軌道によって制限の強さにどのような変化が生じるかを調べる。
  - (2) ストリームに適用する際にパラメーターをどれ程の精度で決めることが出来るかを調べる。
- という二点を主な目的としている。

## 4.3 モデルの設定

本研究では、バルジ、ディスク、ハローの3つの成分で構成されている銀河のモデルを用いて軌道を作成している。3つの成分はそれぞれ以下ような形をしている。

$$\Phi_{bulge} = -\frac{GM_{bulge}}{r+c} \quad (4.3.1)$$

$$\Phi_{disk} = -\frac{GM_{disk}}{\sqrt{R^2 + (a + \sqrt{z^2 + b^2})^2}} \quad (4.3.2)$$

$$\Phi_{halo} = \frac{v_{halo}^2}{2} \ln \left( x^2 + \frac{y^2}{p^2} + \frac{z^2}{q^2} + c^2 \right) \quad (4.3.3)$$

今回の研究では特にハローの形状を制限できるかという点に注目している。この中でハローの形状を特徴づけるパラメーターは  $p, q$  である。よって、今回はこの2つのみをフリーパラメーターとし他のパラメーターは表 4.1 に載せてある値で固定している。この値は、 $p = q = 1.0$  のとき銀河中心からの距離が 8kpc の地点で回転速度  $V_{circ}$  が約 220km/s になる時の値に対応している (図 4.4)。

bulge	Herquist 1990[63]
$M_{bulge}$	$3.4 \times 10^{10} M_{\odot}$
$c$	0.7kpc
disk	Miyamoto & Nagai.1975[62]
$M_{disk}$	$10 \times 10^{11} M_{\odot}$
$a$	6.5kpc
$b$	0.26kpc
halo	Jhonston et al.1999[64]
$v_{halo}$	180km/s
$c$	12kpc

表 4.1: ポテンシャルの各パラメーターの値。

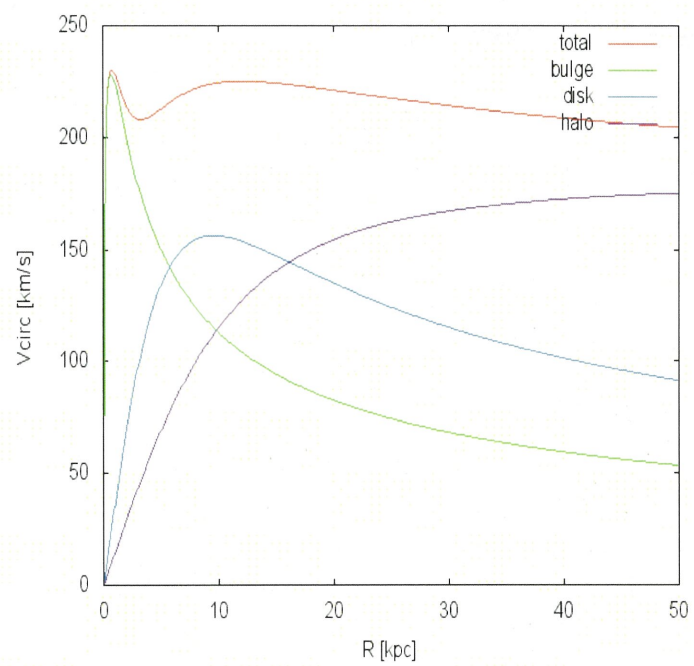


図 4.4: 表 1 のパラメーターから得られる銀河の回転速度を表したもの ( $p = q = 1.0$ )。

## 第5章

### 軌道モデル及び解析結果

前章で述べたように Binney (2008) の手法を用いてダークハローの軸比をどれ程の精度で制限できるか、またどのような条件が好ましいかなどについてを調べていきたい。まずは progenitor の軌道そのものに沿って計算した場合、ダークハローの軸比をどれ程の精度で得ることが出来るかを調べていく。

#### 5.1 軌道モデル

##### 5.1.1 Cartesian 座標での分布

ここでは、12 個のモデルを使って軌道の空間分布やポテンシャルの形状によって制限に影響が生じるかを調べて行く。表 5.1 は軌道のパラメーターとインプットしたポテンシャルのパラメーター  $p_i, q_i$  をまとめたものになっている。図 5.1~5.4 は以下の表の軌道のパラメーター及びポテンシャルのパラメーターを入れて作ったモデルの銀河の Cartesian 座標での空間分布を表している。座標は銀河中心を原点とし、各軸は右手系で合わせている。

model	X [kpc]	Y [kpc]	Z [kpc]	Vx [km/s]	Vy [km/s]	Vz [km/s]	$p_i$	$q_i$
1	10kpc	-10kpc	10kpc	250km/s	-50km/s	-50km/s	1.0	1.0
2	40kpc	-10kpc	35kpc	-200km/s	50km/s	100km/s	1.0	1.0
3	30kpc	-30kpc	5kpc	100km/s	200km/s	10km/s	1.0	1.0
4	20kpc	5kpc	-35kpc	0km/s	150km/s	-100km/s	1.0	0.9
5	10kpc	0kpc	30kpc	-140km/s	-220km/s	-50km/s	1.0	0.9
6	-20kpc	10kpc	35kpc	150km/s	100km/s	-150km/s	1.0	0.8
7	25kpc	-20kpc	15kpc	100km/s	100km/s	200km/s	1.0	1.05
8	-15kpc	-20kpc	-25kpc	50km/s	150km/s	-200km/s	1.0	1.05
9	20kpc	30kpc	5kpc	100km/s	-200km/s	150km/s	1.0	1.1
10	20kpc	-20kpc	40kpc	100km/s	100km/s	50km/s	1.1	0.95
11	30kpc	20kpc	-10kpc	150km/s	-100km/s	100km/s	1.1	0.95
12	30kpc	-30kpc	20kpc	200km/s	50km/s	100km/s	1.2	1.4

表 5.1: 軌道の初期条件とインプットした  $p$  と  $q$  の値を表している。



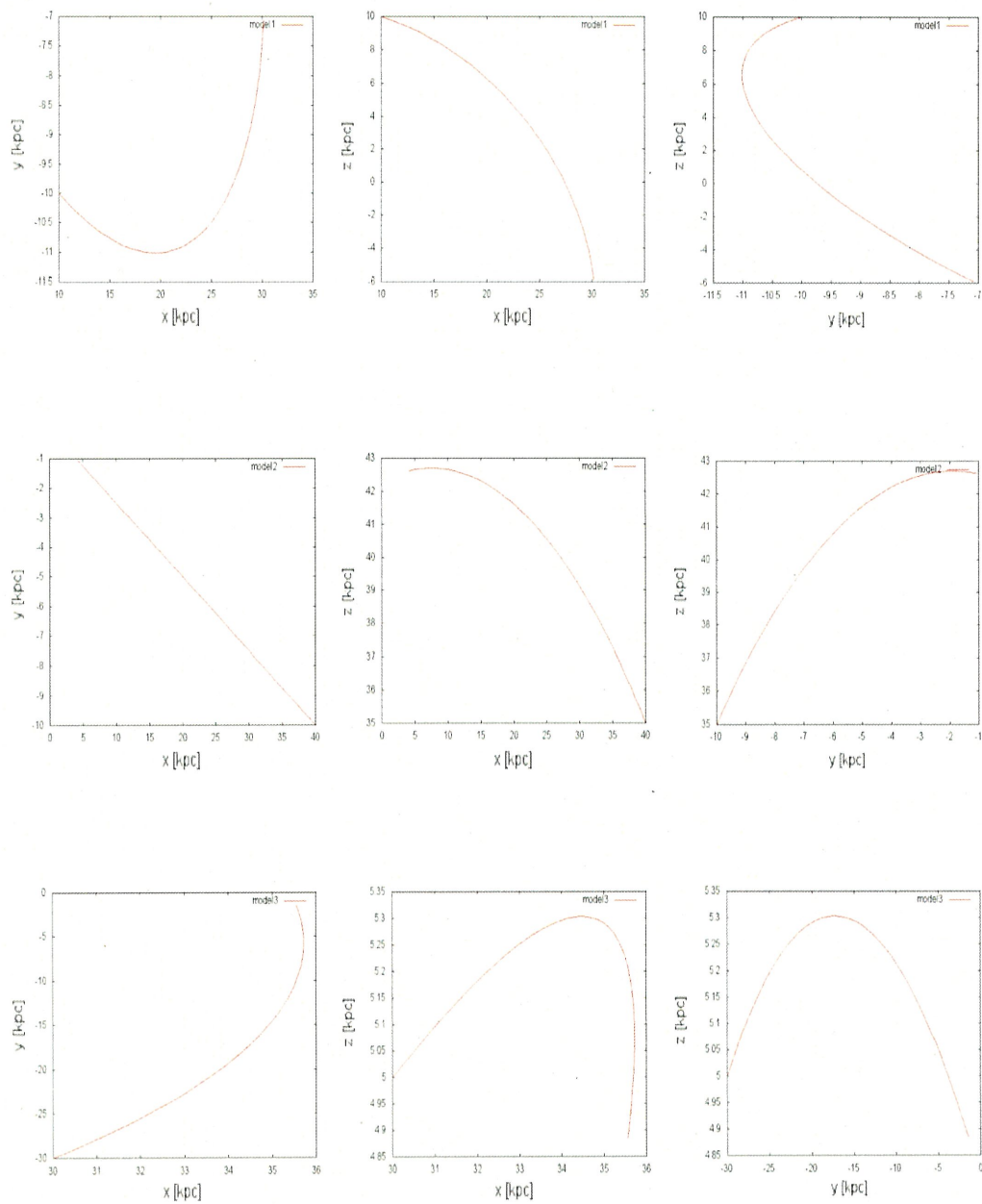


図 5.1: 上から model1,model2,model3, の三次元空間分布を表している。図は右から X-Y 面、X-Z 面、Y-Z 面での空間分布に対応している。

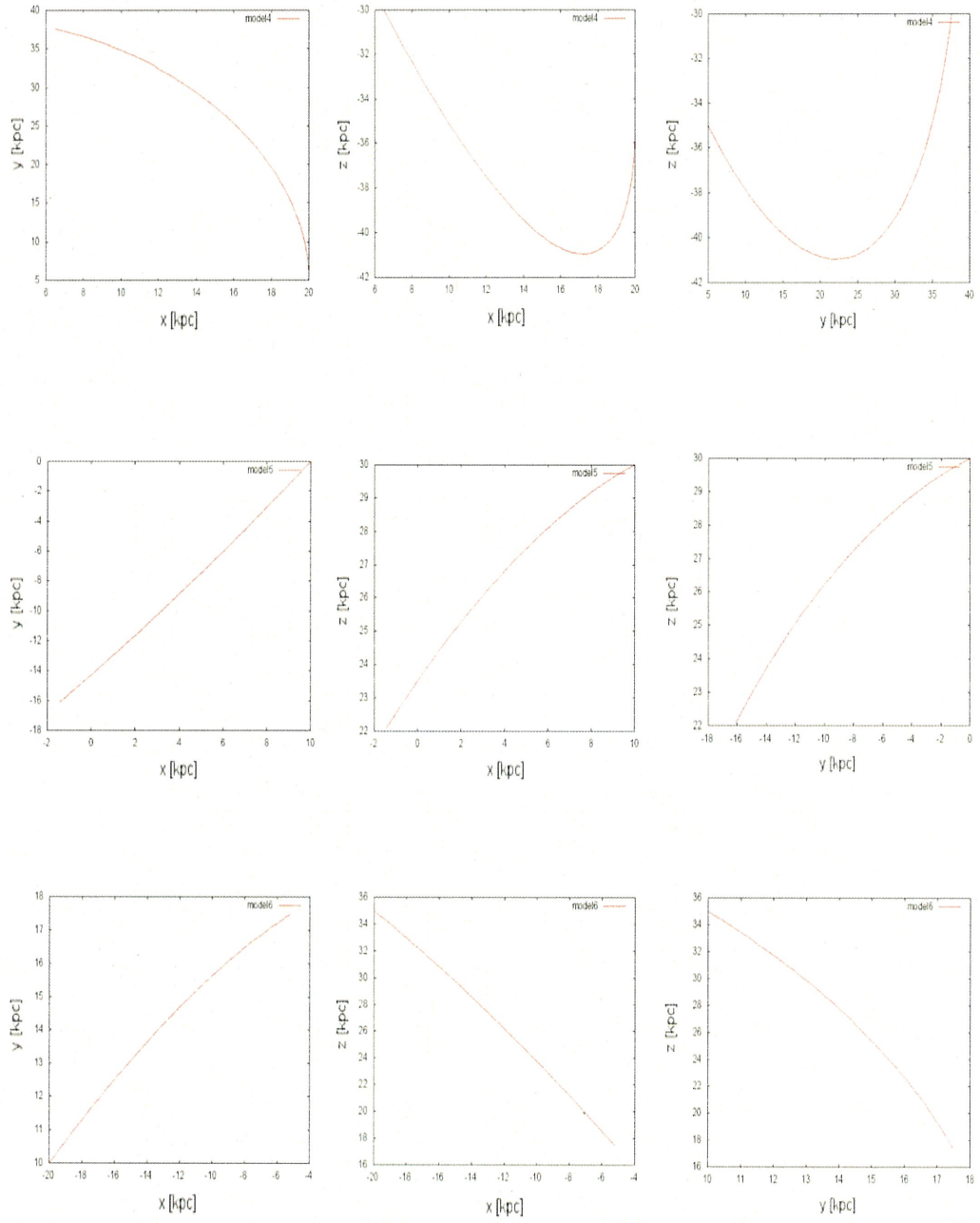


図 5.2: 上から model4,model5,model6, の三次元空間分布を表している。図は右から X-Y 面、X-Z 面、Y-Z 面での空間分布に対応している。

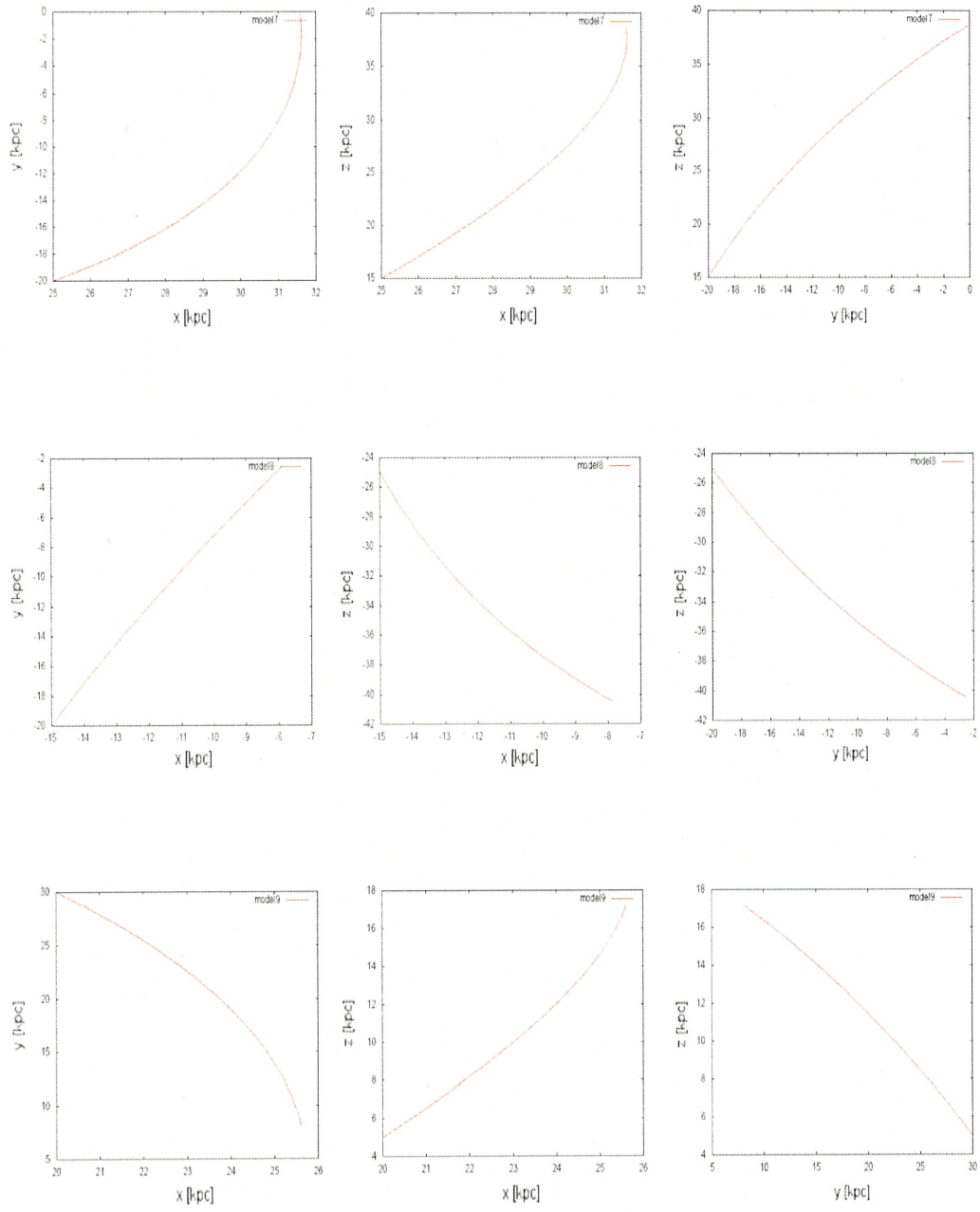


図 5.3: 上から model7,model8,model9, の三次元空間分布を表している。図は右から X-Y 面、X-Z 面、Y-Z 面での空間分布に対応している。



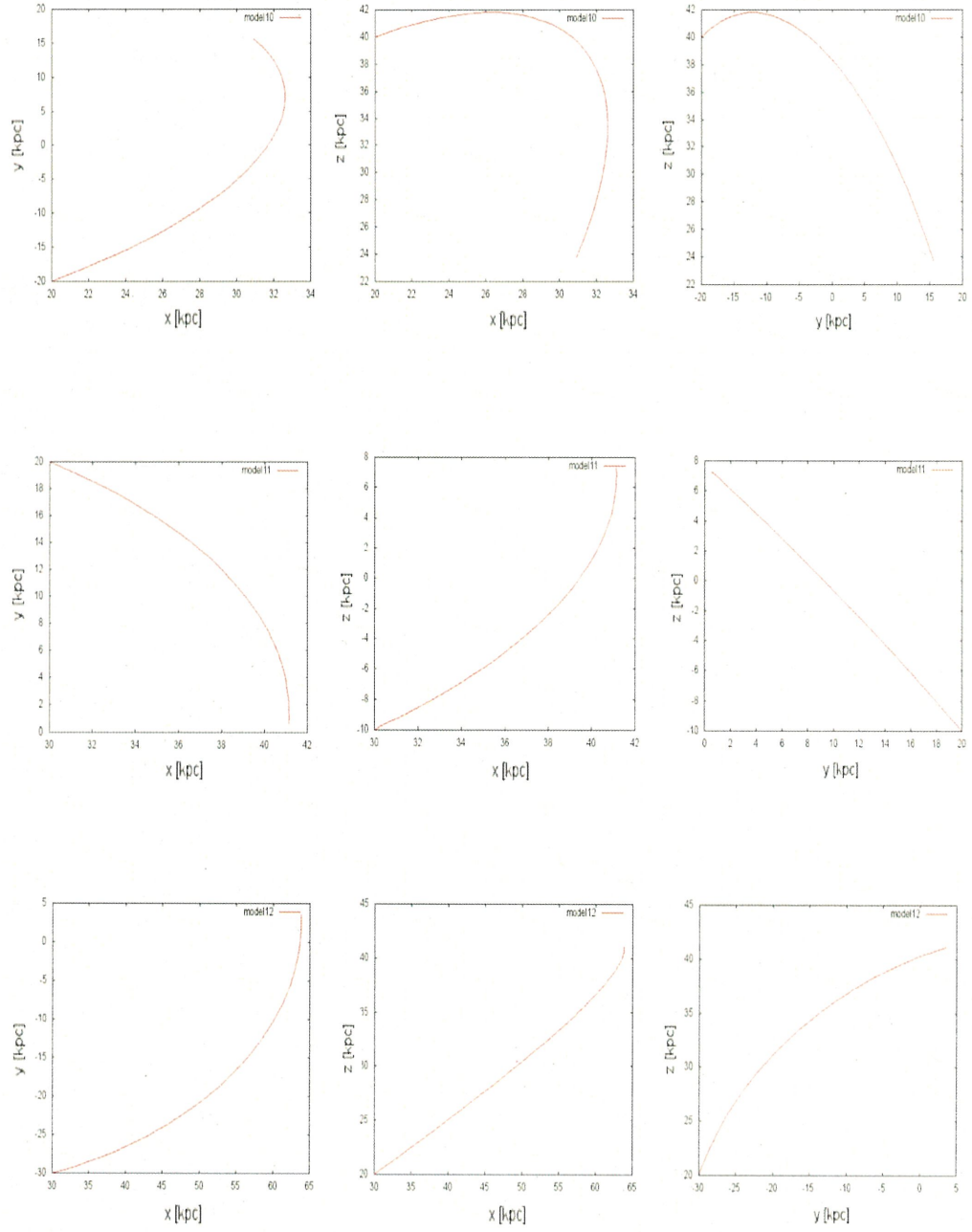


図 5.4: 上から model10,model11,model12, の三次元空間分布を表している。図は右から X-Y 面、X-Z 面、Y-Z 面での空間分布に対応している。

### 5.1.2 銀河座標での軌道及び視線速度の分布

前章で記述したように、今回用いる手法は天球面に投影した軌道とそれに沿った視線速度が必要となる。これを導出するには、太陽の位置を銀河の座標系のどこかに仮定して置く必要がある。本研究では太陽の位置は  $(X_{\odot}, Y_{\odot}, Z_{\odot}) = (-8kpc, 0, 0)$  で固定している。このとき  $(X, Y, Z)$  にある天体の銀経  $l$ 、銀緯  $b$  はそれぞれ、

$$l = \tan^{-1} \left( \frac{Y}{X - X_{\odot}} \right) \quad (5.1.1)$$

$$b = \tan^{-1} \left( \frac{Z}{\sqrt{(X - X_{\odot})^2 + Y^2}} \right) \quad (5.1.2)$$

となる。また、天体の三次元の速度を  $(V_x, V_y, V_z)$  とすると視線速度は上の式で得られた銀経、銀緯を用いて、

$$V_{los} = V_x \cos l \cos b + V_y \sin l \cos b + V_z \sin b \quad (5.1.3)$$

を計算することで導出することが出来る。ただし、この値は銀河中心に対する局所静止系の運動と局所静止系に対する太陽系の運動を差し引いた値になっている。図の 5.5~5.8 は各モデルの銀河座標に投影した軌道 (左) と視線速度 (右) を示している。

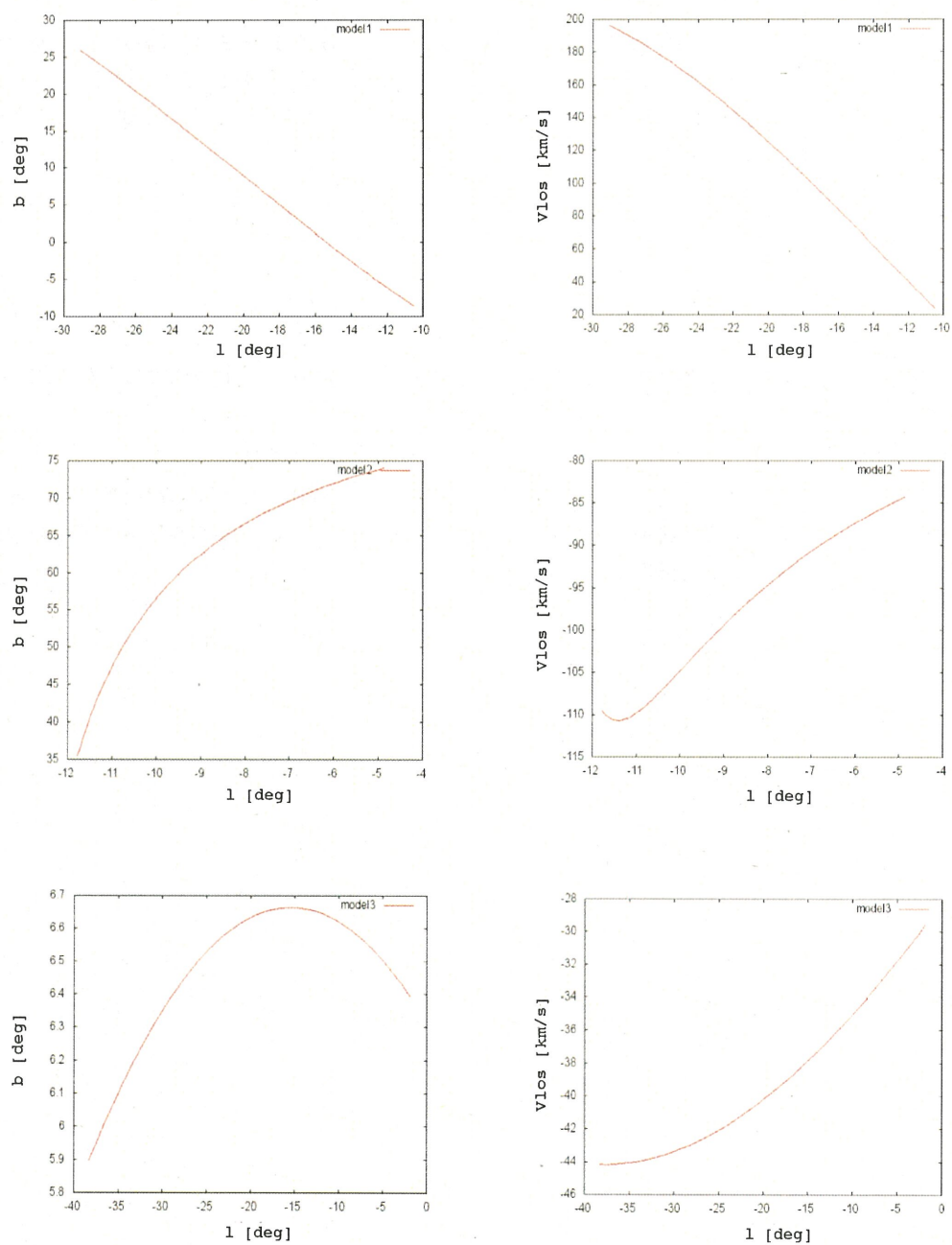


図 5.5: 上から model1,model2,model3, の銀河座標に投影した軌道と軌道に沿った視線速度を表している。左の図は横軸に銀経、縦軸に銀緯、右の図は横軸に銀経、縦軸に視線速度を取ってある。



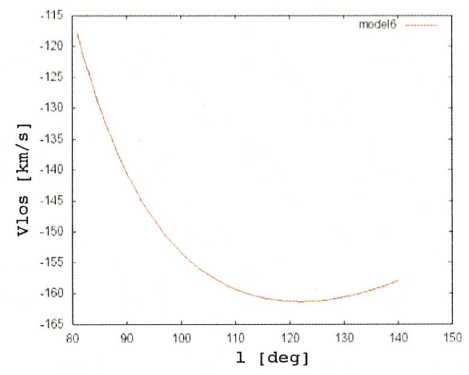
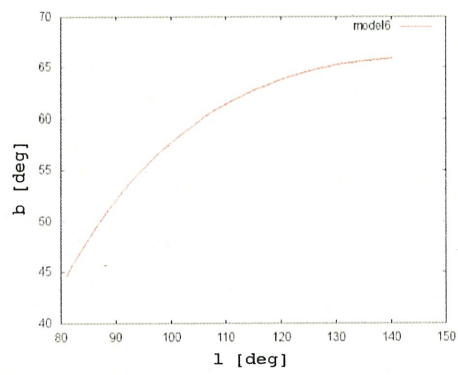
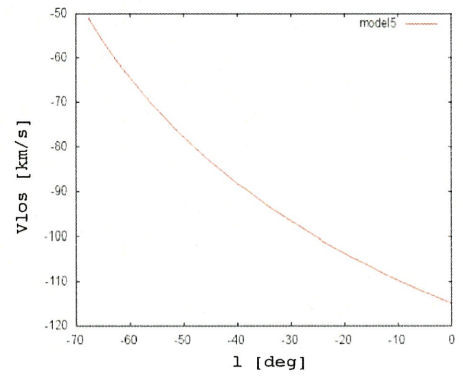
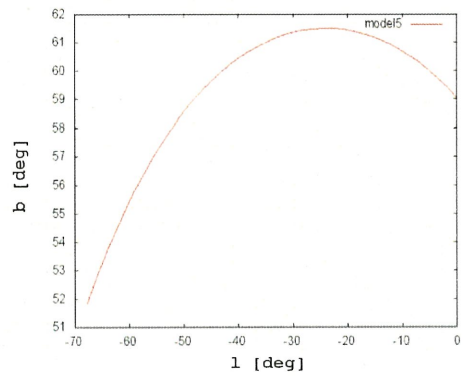
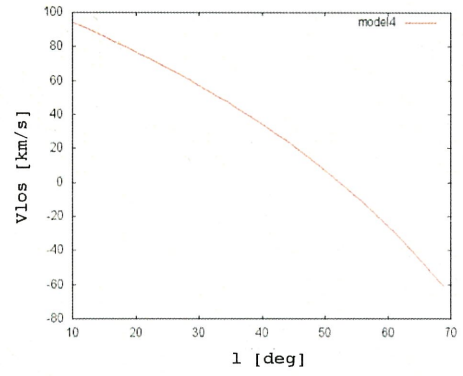
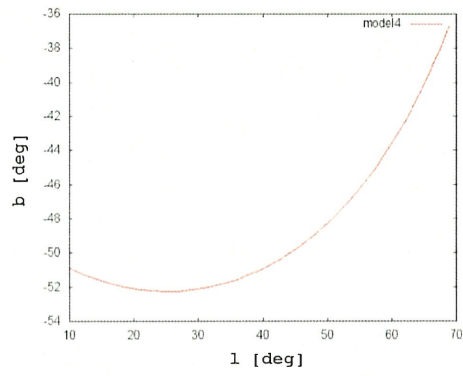


図 5.6: 図 5.5 と同様、ただし上から model4,model5,model6.

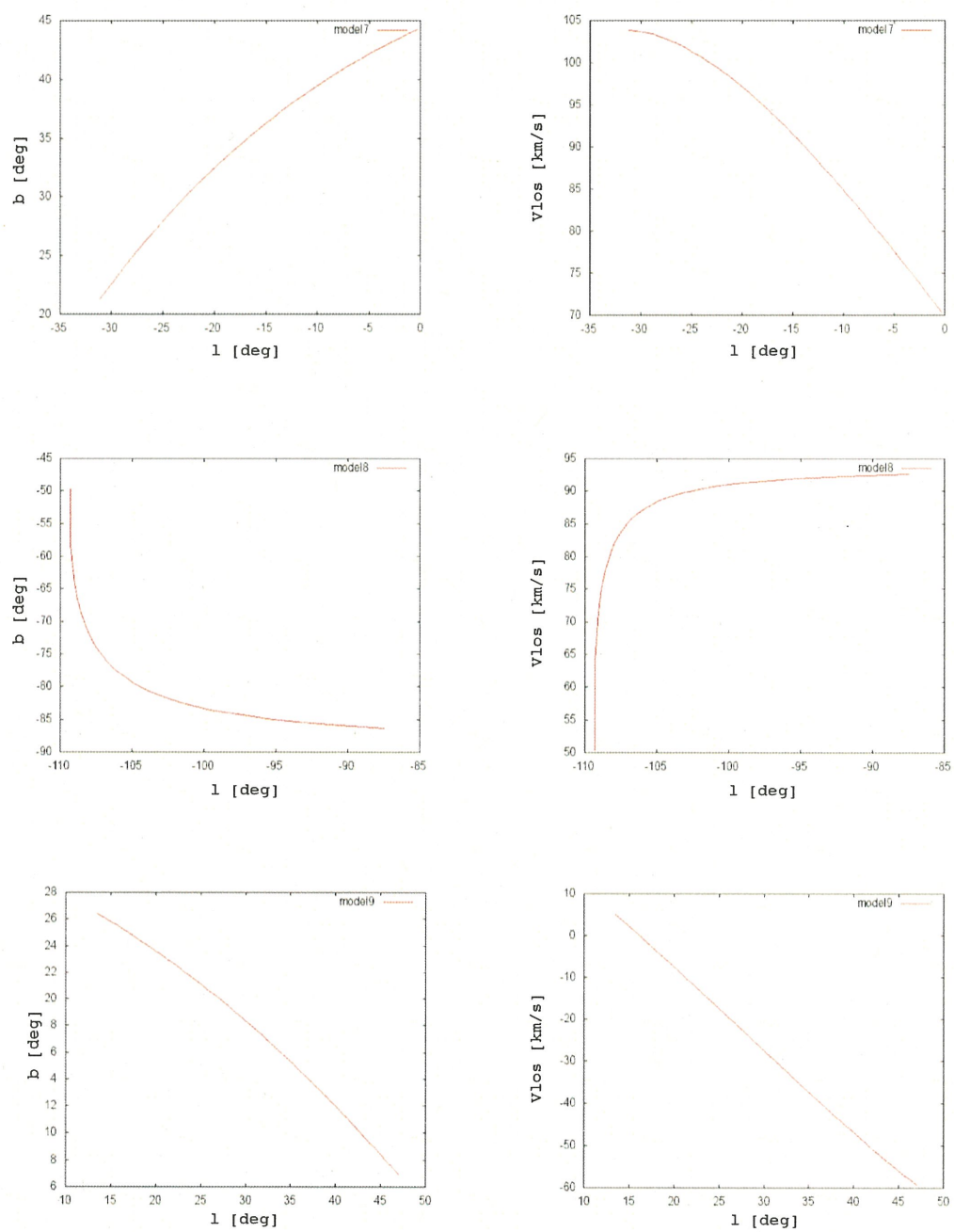


図 5.7: 図 5.5 と同様、ただし上から model7,model8,model9.

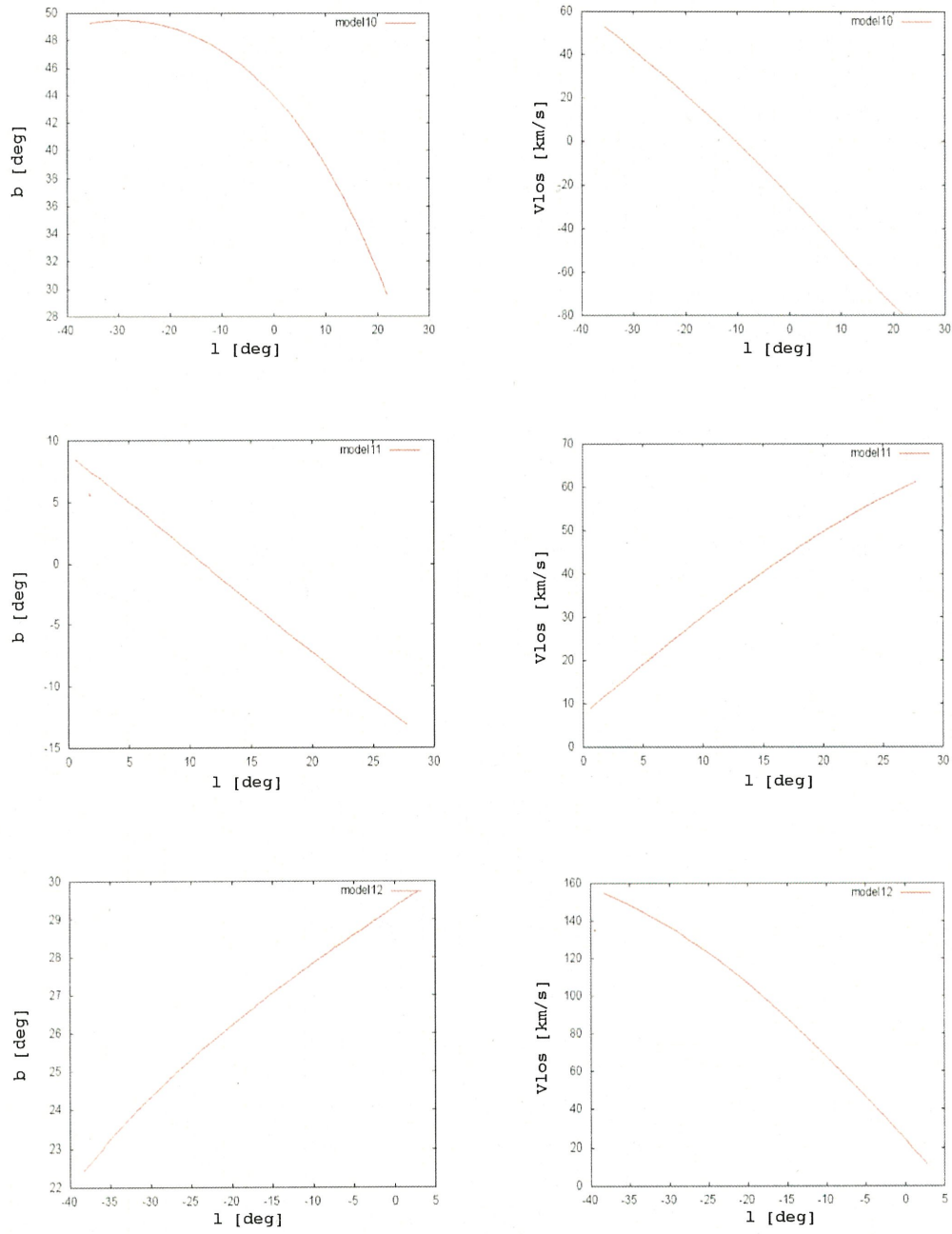


図 5.8: 図 5.5 と同様、ただし上から model10,model11,model12。



### 5.1.3 結果

図 5.9~5.10 は各モデルでの結果を表しており、横軸に  $p$ 、縦軸に  $q$  をとっており、マップの色が  $\log_{10} \Delta E$  に対応しており青色に近づくにつれて値が小さくなる。また、等高線は  $\log_{10} \Delta E = 0.0$  から  $-0.5$  間隔に取ったものを表している。

表 5.2 の  $p_b, q_b$  は各モデルで標準偏差が最小になるときのパラメーター  $p, q$  の値を示しており、ポテンシャルの形状によらずほぼ全てのモデルにおいて  $p_b$  と  $q_b$  の値は実際の値  $(p_i, q_i)$  から 5% 以内の精度で求めることができた。また、最も離れているものが model2 の  $p_b$  でありインプットの値から 14% 離れた値になっている。表 5.2 の  $\Delta p_{0.5}, \Delta q_{0.5}$  は  $p$  と  $q$  の片方を best-fit で固定し  $\log_{10} \Delta E$  の値が最小値から約 0.5 ( $\Delta E$  が約 3 倍) 大きくなるときの  $p, q$  の最大値と最小値の差をとったものを表しており、ほとんどモデルにおいて  $\Delta p_{0.5}, \Delta q_{0.5}$  の値は 0.2 以下となった。一方、model2 の  $\Delta p_{0.5}$  や model3、model12 の  $\Delta q_{0.5}$  のように、他の結果に比べ  $p$  や  $q$  の依存性が弱いモデルも見られた。

今回用いた手法はストリームの運動を天球上での軌道の長さ  $u$  に沿って積分していくことでポテンシャルの制限を行っている。 $u$  の値は  $b$  と  $l \cos b$  の変化の大きさで決まる。そのため、model3 のような銀緯方向にあまり動かない軌道の場合ポテンシャルの Z 軸方向のパラメーターの情報が含まれず、 $q$  の依存性が弱くなる。よって、偏った方向にしか動いていない軌道では一方のパラメーターの影響が見えにくくなり、ダークハロー全体の形状を制限することが難しくなると考えられる。

model	$p_b$	$q_b$	$\Delta p_{0.5}$	$\Delta q_{0.5}$
1	1.01	0.99	0.07	0.06
2	0.86	0.99	0.26	0.01
3	1.00	0.95	0.01	—
4	1.00	0.90	0.02	0.02
5	1.00	0.90	0.03	0.06
6	1.01	0.83	0.08	0.16
7	1.00	1.05	0.03	0.02
8	1.01	1.06	0.02	0.01
9	1.00	1.10	0.01	0.02
10	1.09	0.95	0.10	0.02
11	1.10	0.95	0.02	0.06
12	1.19	1.37	0.06	0.40

表 5.2: 各モデルの  $p_b, q_b$  と  $\Delta p_{0.5}, \Delta q_{0.5}$  の値を表している。

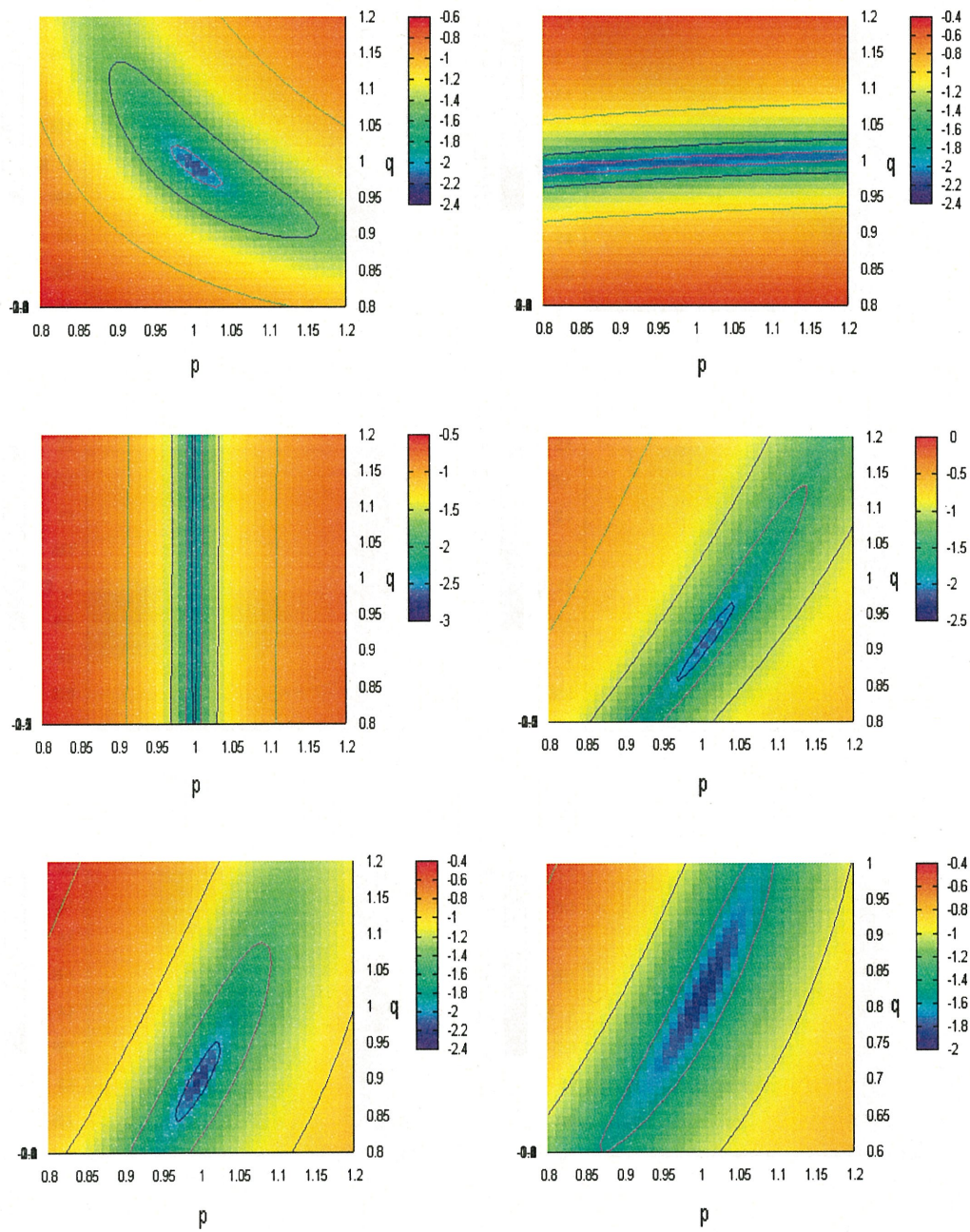


図 5.9: 計算に  $p$ (横軸) と  $q$ (縦軸) を入れたときに出てくるエネルギーの標準偏差 (深さ) の関係を示したもの。図はそれぞれ model1(上段左)、model2(上段右)、model3(中段左)、model4(中段右)、model5(下段左)、model6(下段右) の結果に対応している。

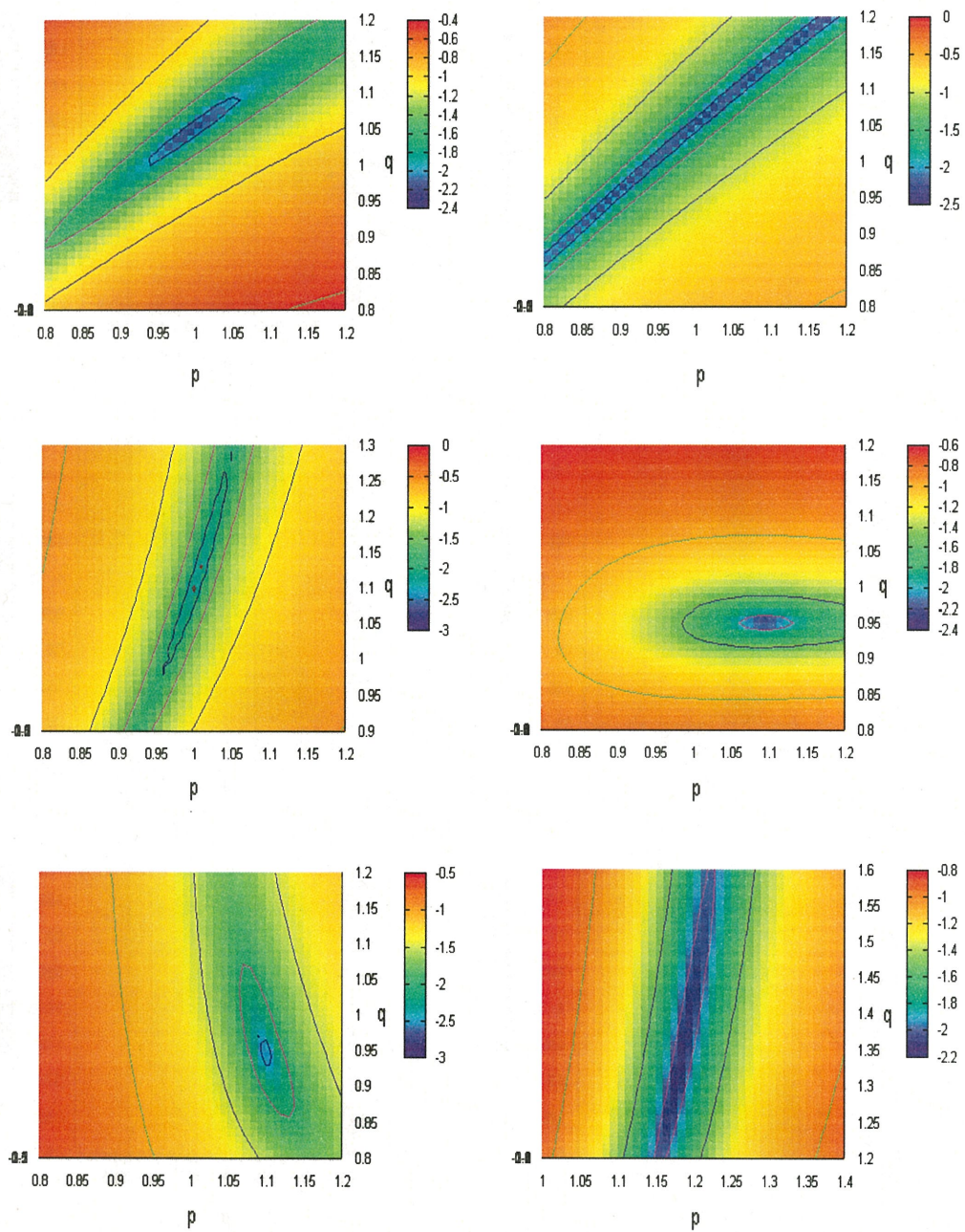


図 5.10: 図 42 と同様の結果を表したもの。図はそれぞれ model7(上段左)、model8(上段右)、model9(中段左)、model10(中段右)、model11(下段左)、model12(下段右) の結果に対応している。



## 5.2 初期値の影響

5.1.3 では (4.1.8) を解く際に必要な  $s$  の初期値が正しい値を入れて計算を行っている。しかし、観測から得られる距離の値には数%の誤差が生じる。よって、 $s$  の値によって結果にどのような影響が出てくるかを見ていく。図 5.11 は model1,model4,model7,model11 において、計算に使った初期値  $s$  と実際の値  $s_0$  の比をそれぞれ  $s/s_0 = 0.9$ (左),  $s/s_0 = 1.1$ (右) としたときの結果を表しており、表 5.3 はそれぞれの  $p_b, q_b$  と  $\Delta p_{0.5}, \Delta q_{0.5}$  の値をまとめたものになっている。 $\Delta p_{0.5}, \Delta q_{0.5}$  の値は、 $s/s_0 = 1.0$  のときに小さくなる訳ではなくどのモデルにおいても前節の結果と大きく変わらない値になっている。また、 $p_b, q_b$  の値も基本的には  $s/s_0 = 1.0$  のときより  $p_i, q_i$  からのずれが大きくなるが、5%以内に見積もることができている。図 5.12 と 5.13 は各モデルの  $s/s_0$  とインプットからのずれの大きさと実際の値の比  $|p_b - p_i|/p_i$ 、 $|q_b - q_i|/q_i$  と  $\Delta p_{0.5}$ 、 $\Delta q_{0.5}$  の関係を表したものになっている。

model	$s/s_0$	$p_b$	$q_b$	$\Delta p_{0.5}$	$\Delta q_{0.5}$
1	0.9	1.05	1.01	0.10	0.08
1	1.1	0.96	0.98	0.06	0.06
4	0.9	1.03	0.93	0.02	0.02
4	1.1	1.00	0.91	0.02	0.02
7	0.9	0.99	1.05	0.02	0.02
7	1.1	1.00	1.05	0.03	0.02
10	0.9	1.10	0.96	0.10	0.02
10	1.1	1.08	0.94	0.13	0.03

表 5.3: 各モデルの  $p_b, q_b$  と  $\Delta p_{0.5}, \Delta q_{0.5}$  の値を表している。



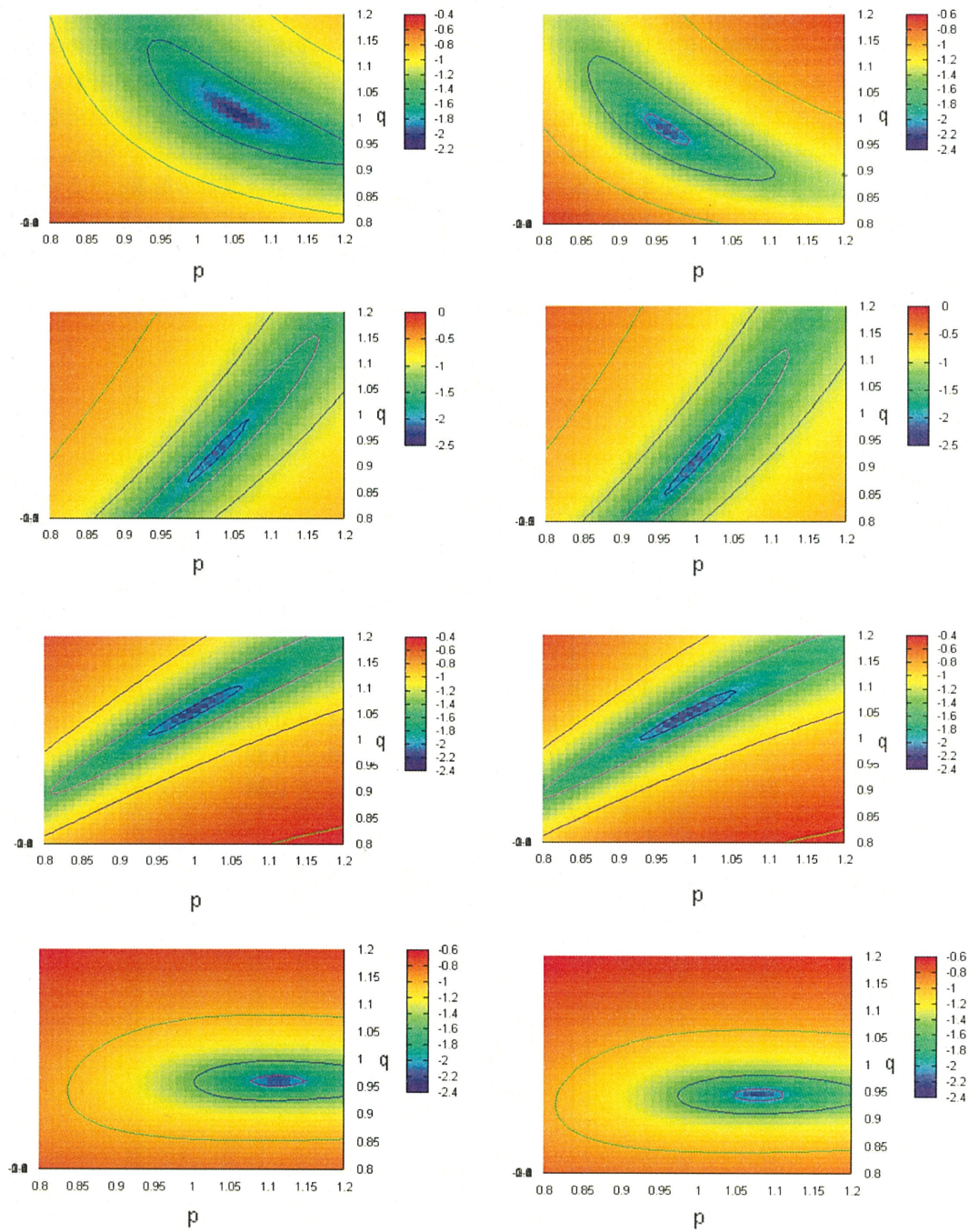


図 5.11: 上から model1,model4,model7,model10 において  $s/s_0 = 0.9$ (左)、 $s/s_0 = 1.1$ (右) としたときに得られる  $\Delta E$  の値を示している。

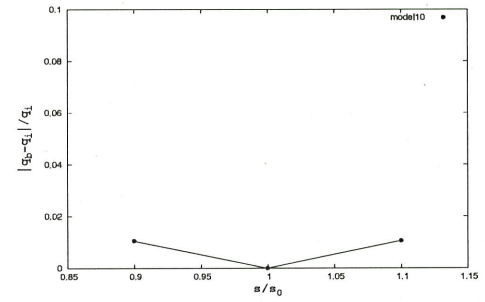
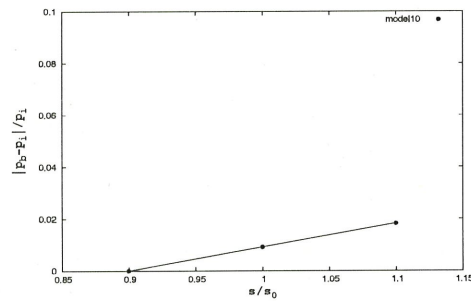
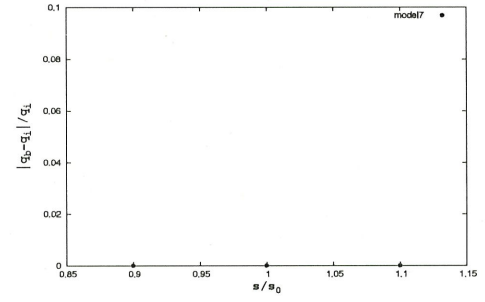
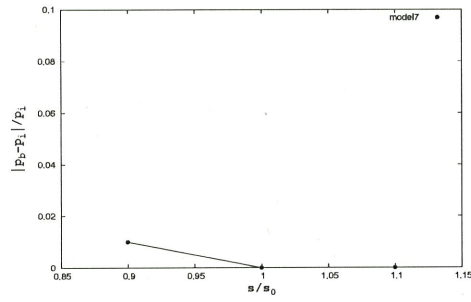
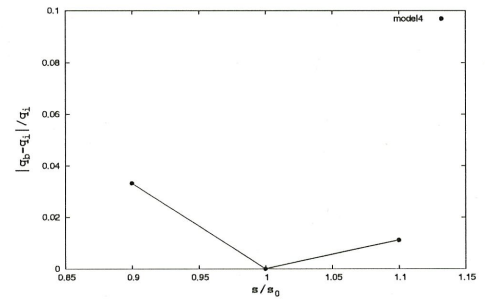
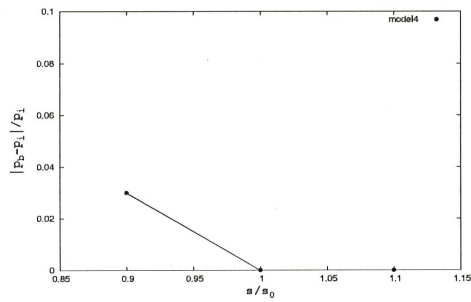
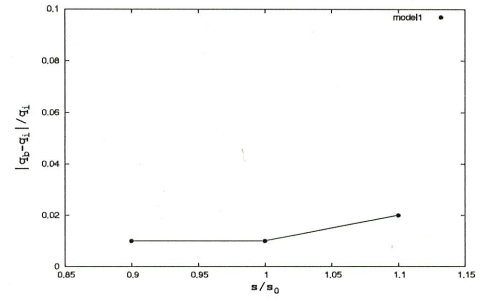
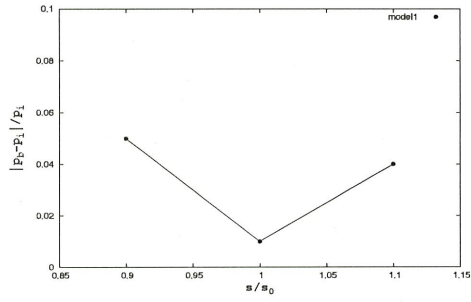


図 5.12: 横軸に  $s/s_0$ 、縦軸に  $|p_b - p_i|/p_i$ (左)、 $|q_b - q_i|/q_i$ (右) をとりそれぞれの相関を表したもの。図は上から model1,model4,model7,model10 での結果に対応している。

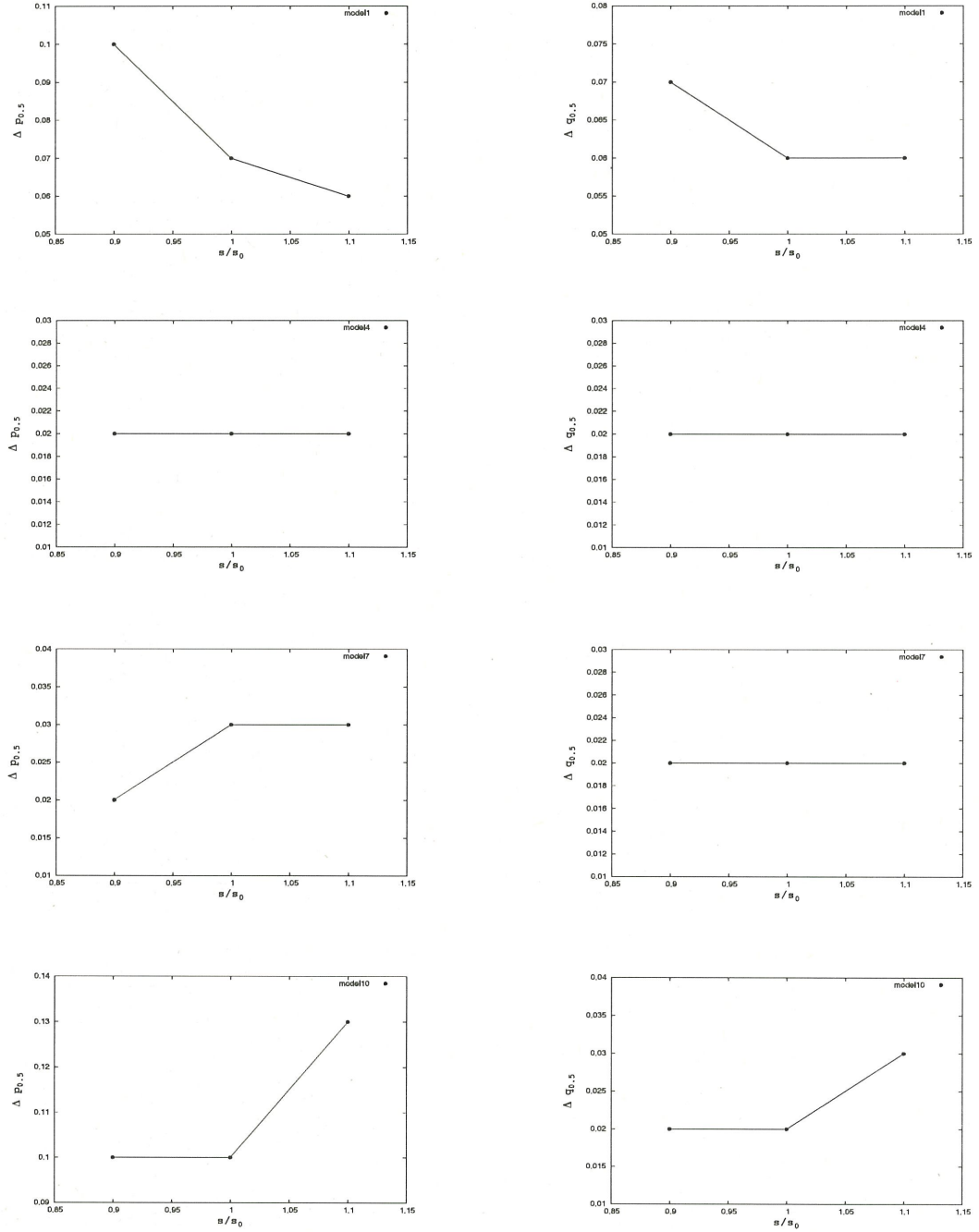


図 5.13: 横軸に  $s/s_0$ 、縦軸に  $\Delta p_{0.5}$ (左)、 $\Delta q_{0.5}$  をとりそれぞれの相関を表したもの。図は上から model1,model4,model7,model10 の結果に対応している。

### 5.3 軌道の長さの影響

5.1.3の結果で見られた様にポテンシャルを制限するには軌道がどれだけポテンシャルの影響を受けているかが重要となる。よって、空間的に長く見えている軌道の方が銀河の重力場の影響を受けているため、パラメーターをより強く制限できると考えられる (Varghese et al.2011[65])。そこで、本節では model1,model4,model7,model10 の軌道を延ばし長さ  $u$  を約 2 倍、4 倍に変化させた場合について見ていく。この際、データ間の平均的な長さは変えない様にデータ数を加えている。

図 5.14,5.15 は各モデルの天球上での長さ  $u$  の値を約 2 倍、4 倍にしたときの空間分布 (左) と視線速度の分布 (右) を表しており、図 5.16 がその軌道によって得られる結果を表している。 $p_b, q_b$  の値は長さを変えても大きな変化はなく  $p_i, q_i$  からのずれはほとんど見られなかった。また、 $\Delta p_{0.5}, \Delta q_{0.5}$  の値は model4 の  $\Delta p_{0.5}, \Delta q_{0.5}$  や model3 の  $\Delta q_{0.5}$  の様に長いモデルの方が大きくなっているものも存在しはっきりとした相関は見られなかった。

model	$u$	$p_b$	$q_b$	$\Delta p_{0.5}$	$\Delta q_{0.5}$
1	76.3°	1.00	1.00	0.04	0.02
1	153.5°	1.00	1.00	0.04	0.02
4	84.9°	1.00	0.90	0.01	0.01
4	170.0°	1.00	0.90	0.10	0.10
7	69.9°	1.00	1.05	0.02	0.01
7	142.0°	1.00	1.05	0.01	0.02
10	93.8°	1.10	0.95	0.02	0.01
10	187.7°	1.10	0.95	0.01	0.01

表 5.4: 各モデルの  $p_b, q_b$  と  $\Delta p_{0.5}, \Delta q_{0.5}$  の値を表している。



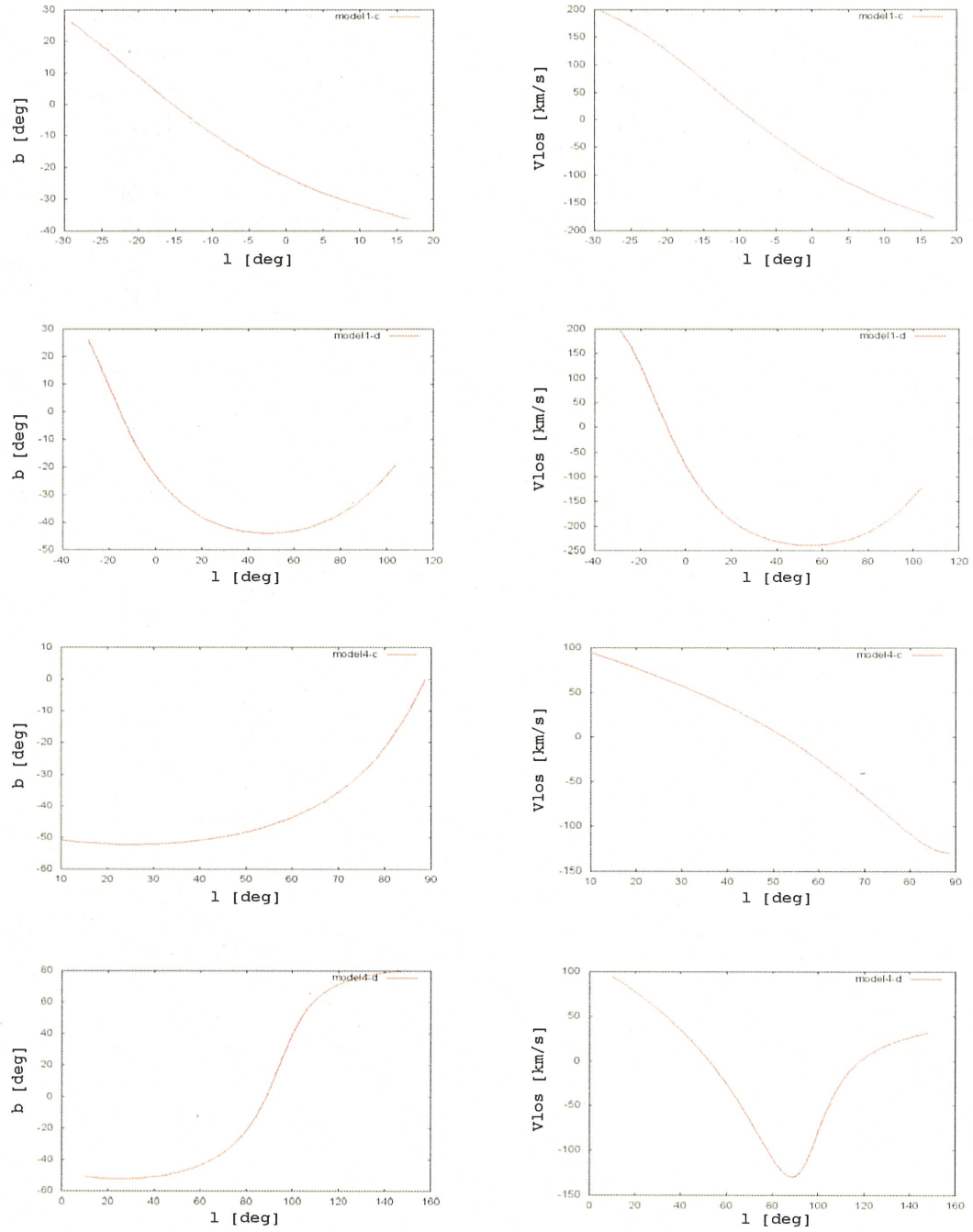


図 5.14: 上から model1 の長さを約 2 倍、約 4 倍、model4 を約 2 倍、約 4 倍になるまで伸ばしたときの軌道 (左) と視線速度 (右) を表している。

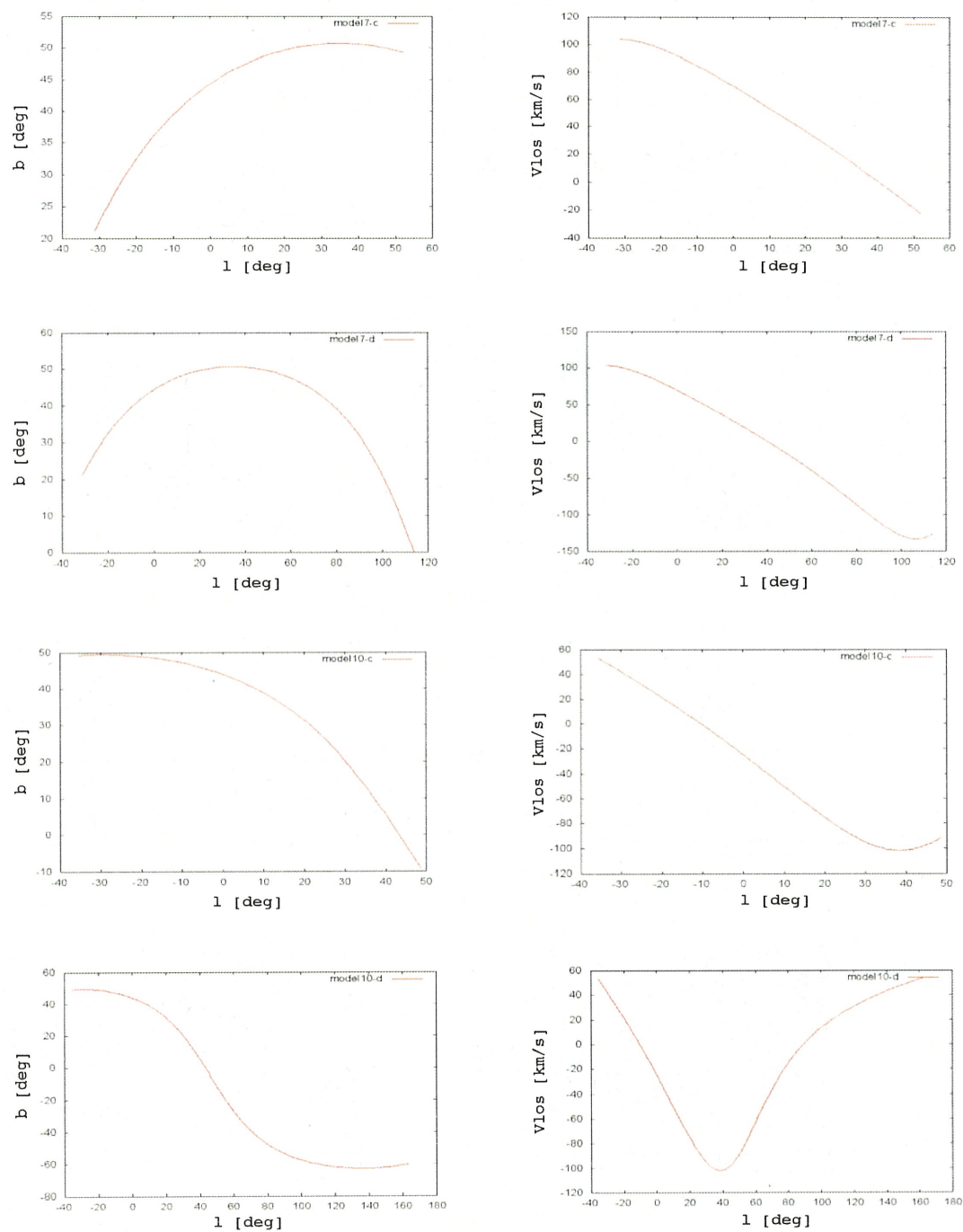


図 5.15: 上から model7 の長さを約 2 倍、約 4 倍、model10 を約 2 倍、約 4 倍になるまで伸ばしたときの軌道 (左) と視線速度 (右) を表している。

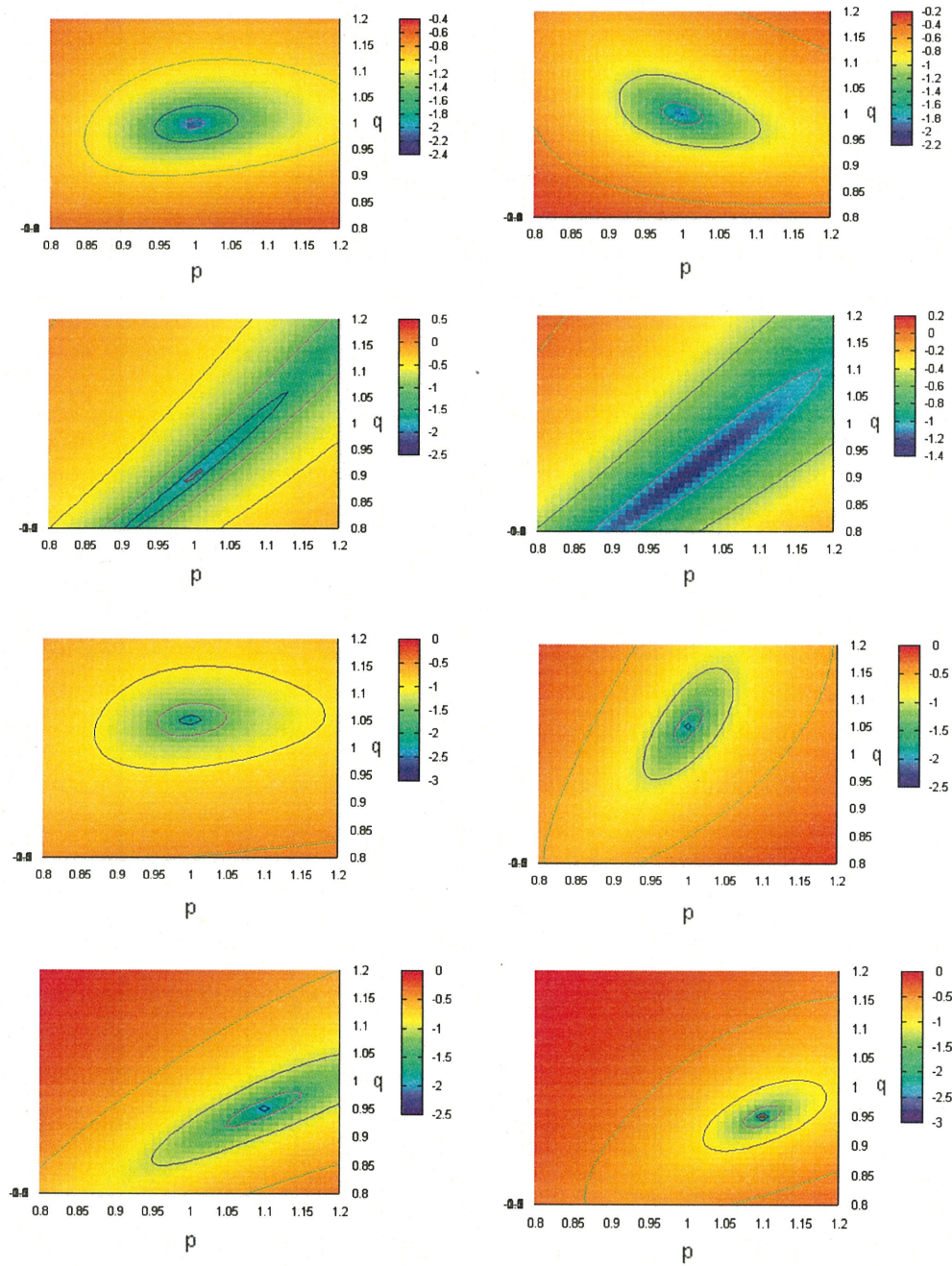


図 5.16: 図は上から model1,model4,model7,model10 の軌道を約 2 倍 (左)、4 倍 (右) にしたときの結果を表している。

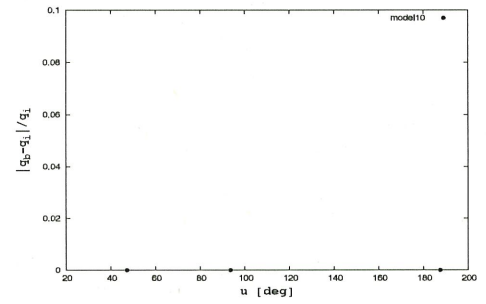
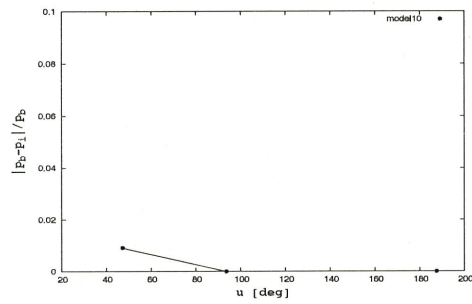
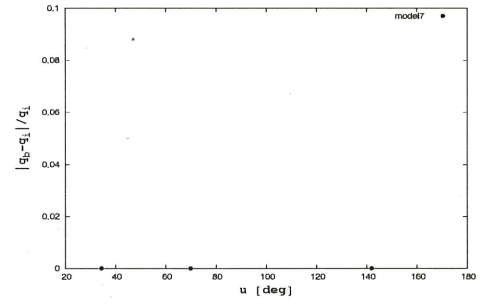
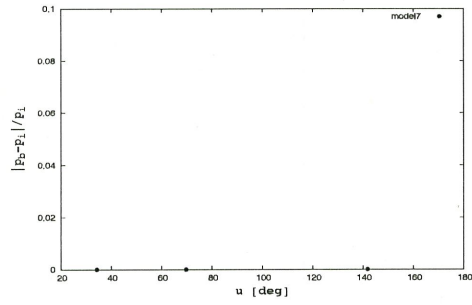
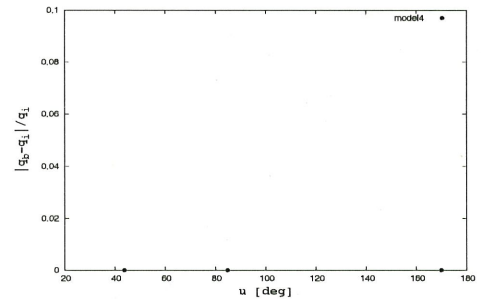
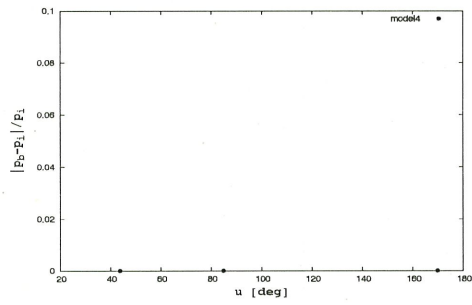
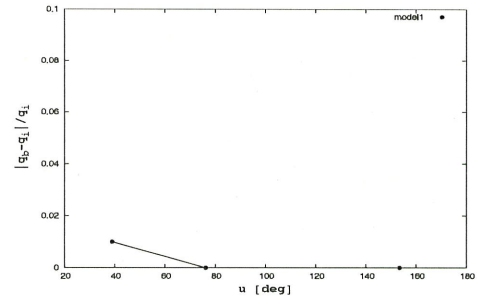
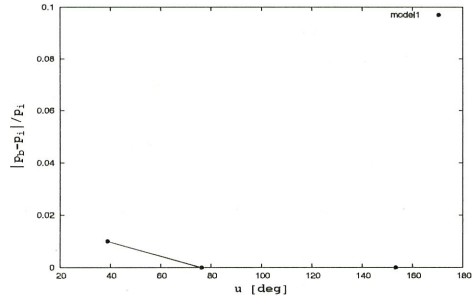


図 5.17: 軌道の長さ  $u$  と  $|p_b - p_i|/p_i$ (左)、 $|q_b - q_i|/q_i$ (右) それぞれの相関を表したものの。図は上から model1,model4,model7,model10 での結果に対応している。



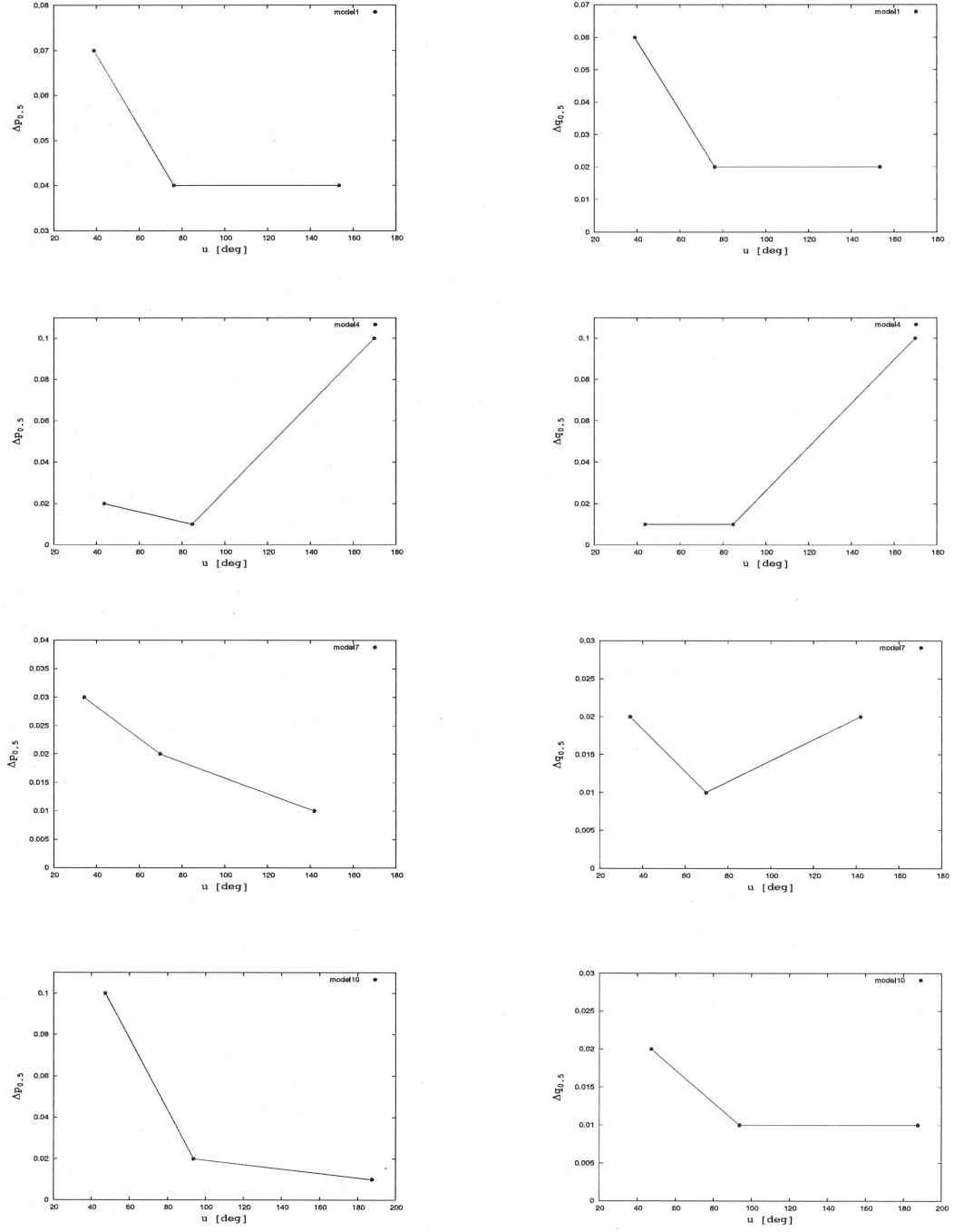


図 5.18: 軌道の長さ  $u$  と  $\Delta p_{0.5}$ (左)、 $\Delta p_{0.5}$ (右) それぞれの相関を表したものの。図は上から model1,model4,model7,model10 での結果に対応している。

## 5.4 データ数の影響

5.1.3では軌道を40個の区間に分けて計算を行っている。ここでは計算に用いるデータ数を変えることで結果にどのような変化が生じるかを見ていく。図5.19はmodel1,model4,model7,model10において軌道の区間の数を10個と80個にしたときの結果を表しており、表5.5は $p$ と $q$ のbest-fitの値と $\Delta p_{0.2}, \Delta q_{0.2}$ をまとめたものになっている。

結果から $|p_b - p_i|/p_i$ 、 $|q_b - q_i|/q_i$ や $\Delta p_{0.2}, \Delta q_{0.2}$ の大きさはデータ数を多くするにつれて小さくなっていることが分かる。これはデータの間隔が大きくなると区間を結ぶ関数が実際の軌道からずれてしまい、そのずれが式(4.1.7)の $dv_{\parallel}/du$ に寄与するため、エネルギー保存を満たすポテンシャルのパラメーターにずれが生じていると考えられる。また、データ数を増やすことで、 $p_b, q_b$ におけるエネルギーの統計的な誤差が小さくなることが予測される。そのため、ベストフィットでの $\log_{10} \Delta E$ の値が小さくなり $\Delta p_{0.5}, \Delta q_{0.5}$ の広がりが小さくなっていると考えられる。

model	N	$p_b$	$q_b$	$\Delta p_{0.5}$	$\Delta q_{0.5}$
1	10	1.04	0.93	0.46	0.27
1	80	1.00	1.00	0.03	0.02
4	10	1.09	1.04	0.10	0.18
4	80	1.00	0.90	0.01	0.01
7	10	0.94	1.02	0.18	0.15
7	80	1.00	1.05	0.01	0.01
10	10	1.04	0.96	0.47	0.15
10	80	1.10	0.95	0.03	0.01

表 5.5: 各モデルの $p_b, q_b$ と $\Delta p_{0.5}, \Delta q_{0.5}$ の値を表している。

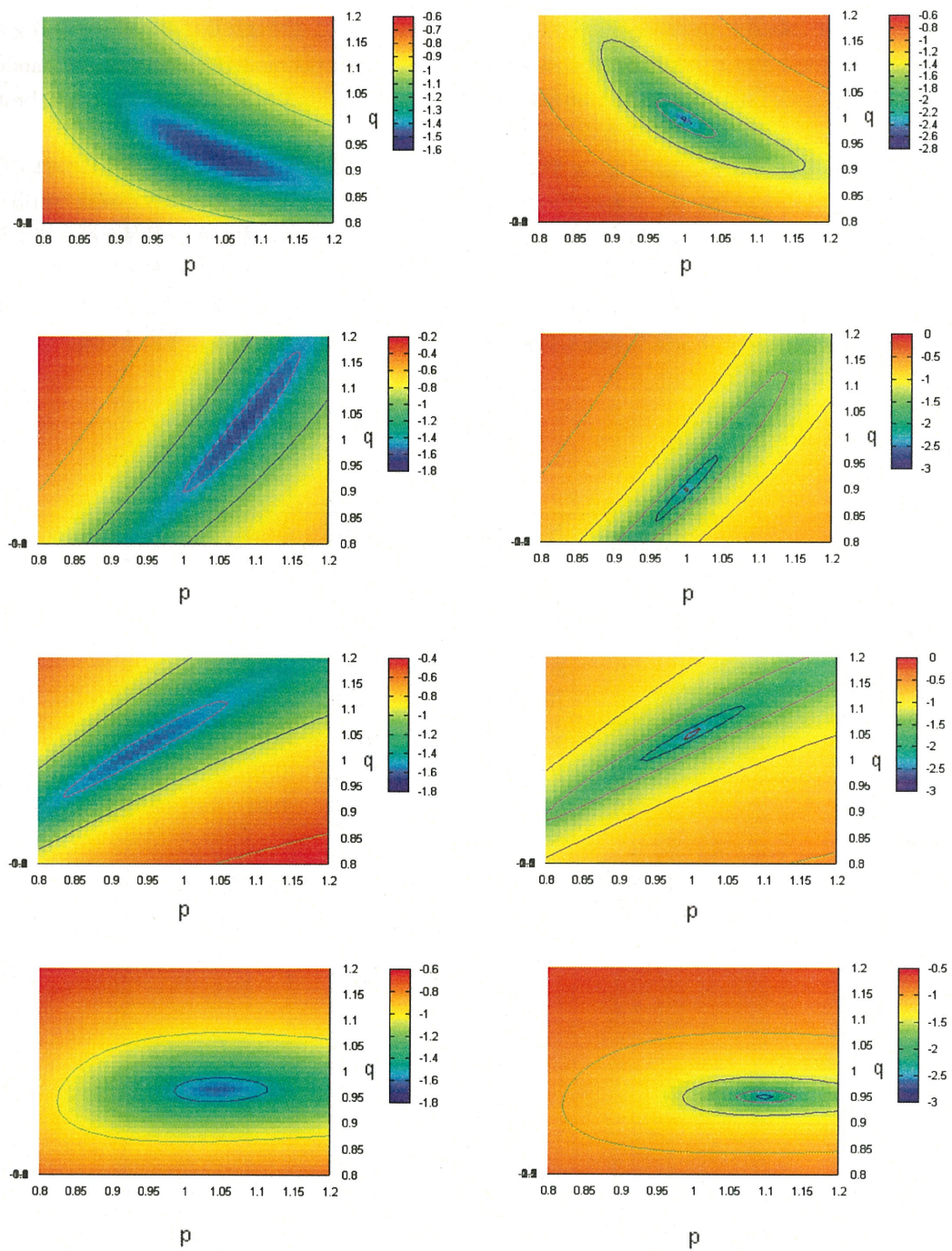


図 5.19: それぞれ、上から model1,model4,model7,model10 において軌道の区間を 10 個 (左)、80 個 (右) にしたときの結果を示している。

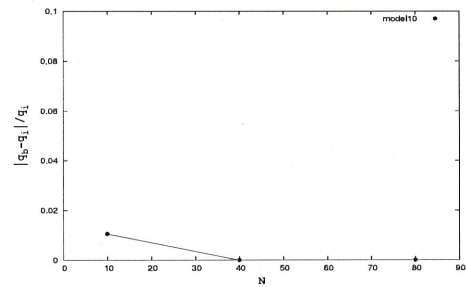
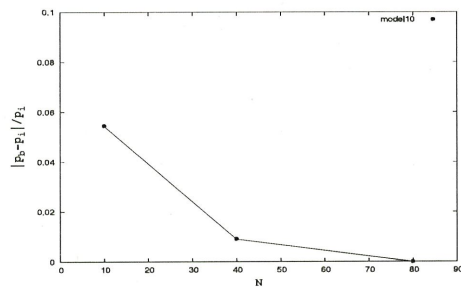
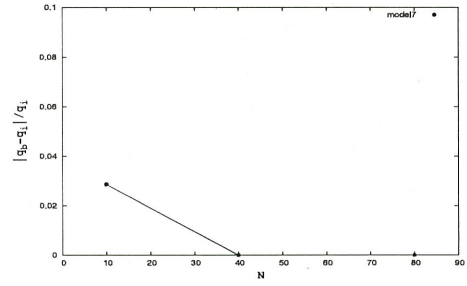
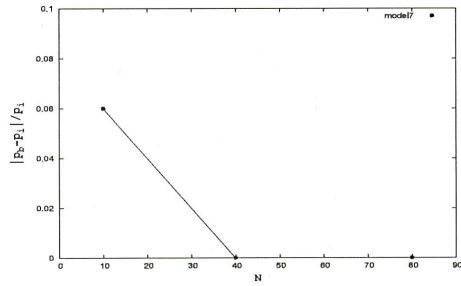
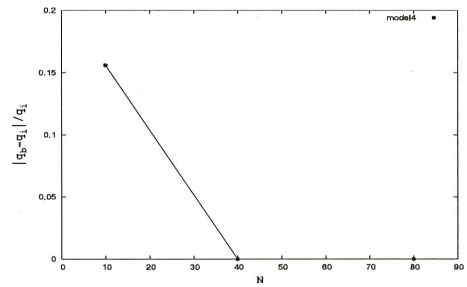
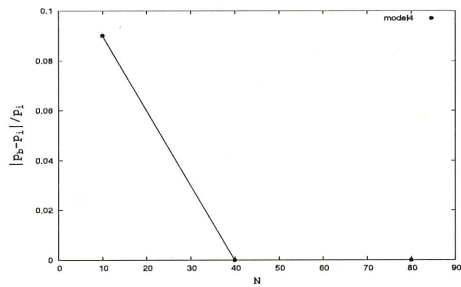
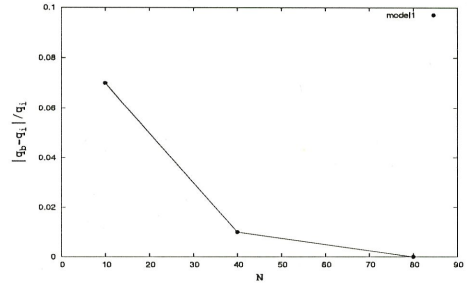
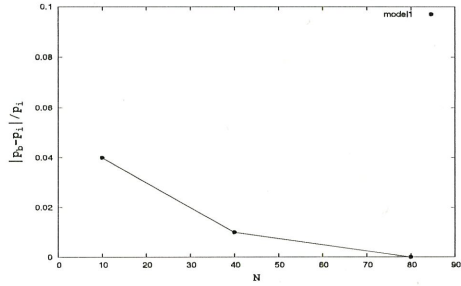


図 5.20: 横軸に軌道の区間数  $N$ 、縦軸に  $|p_b - p_i|/p_i$ (左)、 $|q_b - q_i|/q_i$ (右) をとりそれぞれの相関を表した  
もの。図は上から model1,model4,model7,model10 での結果に対応している。



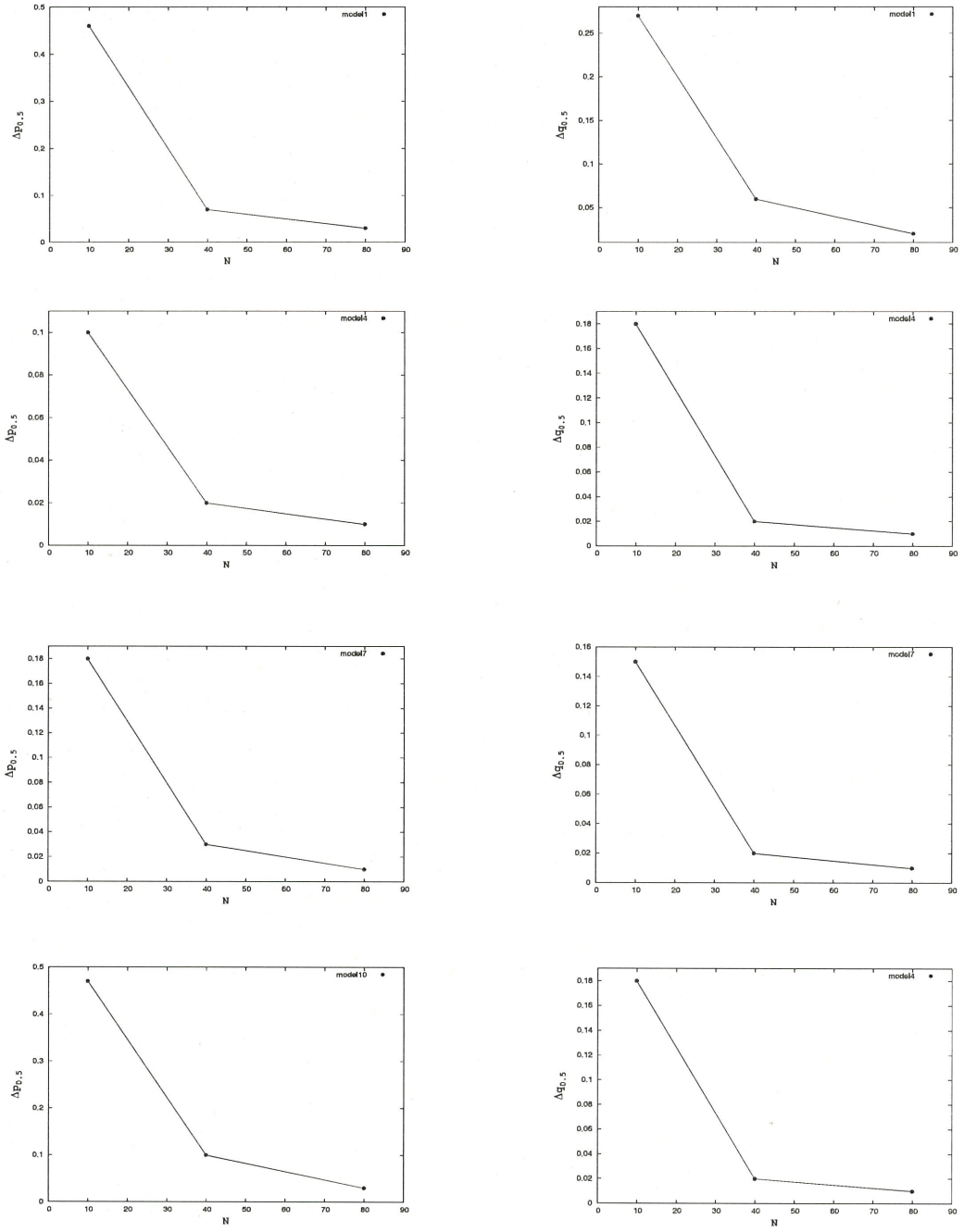


図 5.21: 横軸に軌道の区間数  $N$ 、縦軸に  $\Delta p_{0.5}$ (左)、 $\Delta q_{0.5}$  をとりそれぞれの相関を表したもの。図は上から model1,model4,model7,model10 での結果に対応している。

## 5.5 ストリームへの適用

前節までは progenitor の軌道に沿った計算した場合でのパラメーターの決定精度について調べた。実際のストリームは有限の広がりを持っているため、progenitor の軌道を見積もる際に不定性が生じる。本節ではストリームのモデルを作成しそれから得られるストリームの幅や視線速度の分散を基に、その効果によって軸比の決定にどれほどの影響を及ぼすかについて調べていく。まずは、ストリームを作るために用いた恒星系のモデルについて紹介していく。

### 5.5.1 恒星系のモデル

恒星系の星の数密度を  $n(r)$  とすると球対称な系におけるジーンズ方程式は

$$\frac{1}{n} \frac{d(n\overline{v_r^2})}{dr} + 2 \frac{\beta \overline{v_r^2}}{r} = - \frac{d\Phi}{dr} \quad (5.5.1)$$

ここで、 $\beta$  は速度の非等方性パラメーターであり、 $\beta = 0$  のときは速度分布が等方になる。以下このモデルを等方モデルと言う。恒星系の密度と質量の分布をそれぞれ、

$$\rho(r) = \frac{\sigma^2}{2\pi G r^2} ; M(r) = \frac{2\sigma^2}{G} r \quad (5.5.2)$$

とする。恒星系中心の速度の平均は 0 なので、 $\overline{v_r^2} = \sigma_r^2$  となり上記の式は

$$n\sigma_r^2 = \int_r^\infty \frac{nGM(r)}{r^2} dr \quad (5.5.3)$$

ここで、数密度が  $n(r) \propto r^{-s}$  という関係があると仮定すると

$$\sigma_r^2 = \frac{2\sigma^2}{s} = const \quad (5.5.4)$$

となる。

また、このモデルにおいて熱平衡状態の分布関数はマクスウェル・ボルツマン分布に従う。よって、 $x, y, z$  各成分の速度は、

$$f(v_i) \propto \exp\left(-\frac{v_i^2}{2\sigma_r^2}\right) \quad (i = x, y, z) \quad (5.5.5)$$

の確率密度に従う。よって、 $s$  と  $\sigma$  を仮定することで恒星系のモデルを作ることが出来る。

今回は  $s = 3, \sigma = 1.0 \text{ km/s}$  というモデルを仮定し、モンテカルロ法を用いて 10000 個の粒子を生成した。最終的に半径 100 ~ 200 pc の球内に粒子が集まっているモデルを作成した。また、恒星系から剥ぎ取られて広がった粒子は自己重力による影響をほとんど受けないことが予測される。そこで、粒子の質量をゼロと仮定し制限三体の運動方程式を用いてストリームを作成している。

### 5.5.2 ストリームの分布から得られる軌道

図 5.22 は前節で説明した恒星系のモデルを使い、5.1 の model1,model4,model7,model10 の軌道に合わせて作成したストリームの空間分布 (左) と視線速度の分布 (右) を示している。次にストリームを  $l$  に沿って約 40 個の区間に分け各区間ごとで銀緯と視線速度の分散を見積もる。最後にそれぞれの平均を求めその値をストリーム全体の銀緯と視線速度の分散と仮定する。表 5.6 は上記の方法で得られた各モデルでの銀緯の分散  $\delta b_{st}$  と視線速度の分散  $\delta v_{st}$  を表している。

次にストリームの分布から予測される軌道を作成する。軌道を作るにはストリームの分布からベースとなる線を見積もり、線上にあるデータ点に摂動を加えて候補となる軌道を構築する (Eyre & Binney 2009[66])。また、このとき得られる軌道は  $(l, b, v_{\parallel})$  空間で滑らかな形にならなくてはならない。本研究では progenitor の軌道  $(l_p, b_p, v_{\parallel p})$  をベースの線とし、以下の式を用いてストリームの分布から得られる軌道を作成した。

$$b = b_p + \delta b \cos(m\pi\hat{u} + \xi) \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (5.5.6)$$

$$v_{\parallel} = v_{\parallel p} + \delta v \cos(m\pi\hat{u} + \xi) \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (5.5.7)$$

ここで、 $\hat{u} = u/u_{max}$  であり  $\xi$  は  $(0, \pi)$  の範囲のランダムな値になっている。ここではストリームの分布から得られる軌道は  $m = 0, 1$  の様な形になると仮定し、それぞれの影響について議論していく。図 5.23, 5.24 はそれぞれ  $m = 0, 1$  としたときの軌道 (緑) の空間分布 (左) と視線速度の分布 (右) を示したものになっている。

	$\delta b_{st}$	$\delta v_{st}$
stream1	0.71°	3.31km/s
stream2	0.36°	1.88km/s
stream3	0.24°	0.78km/s
stream4	0.44°	1.51km/s

表 5.6: 各ストリームの銀緯と視線速度の分散を表している。

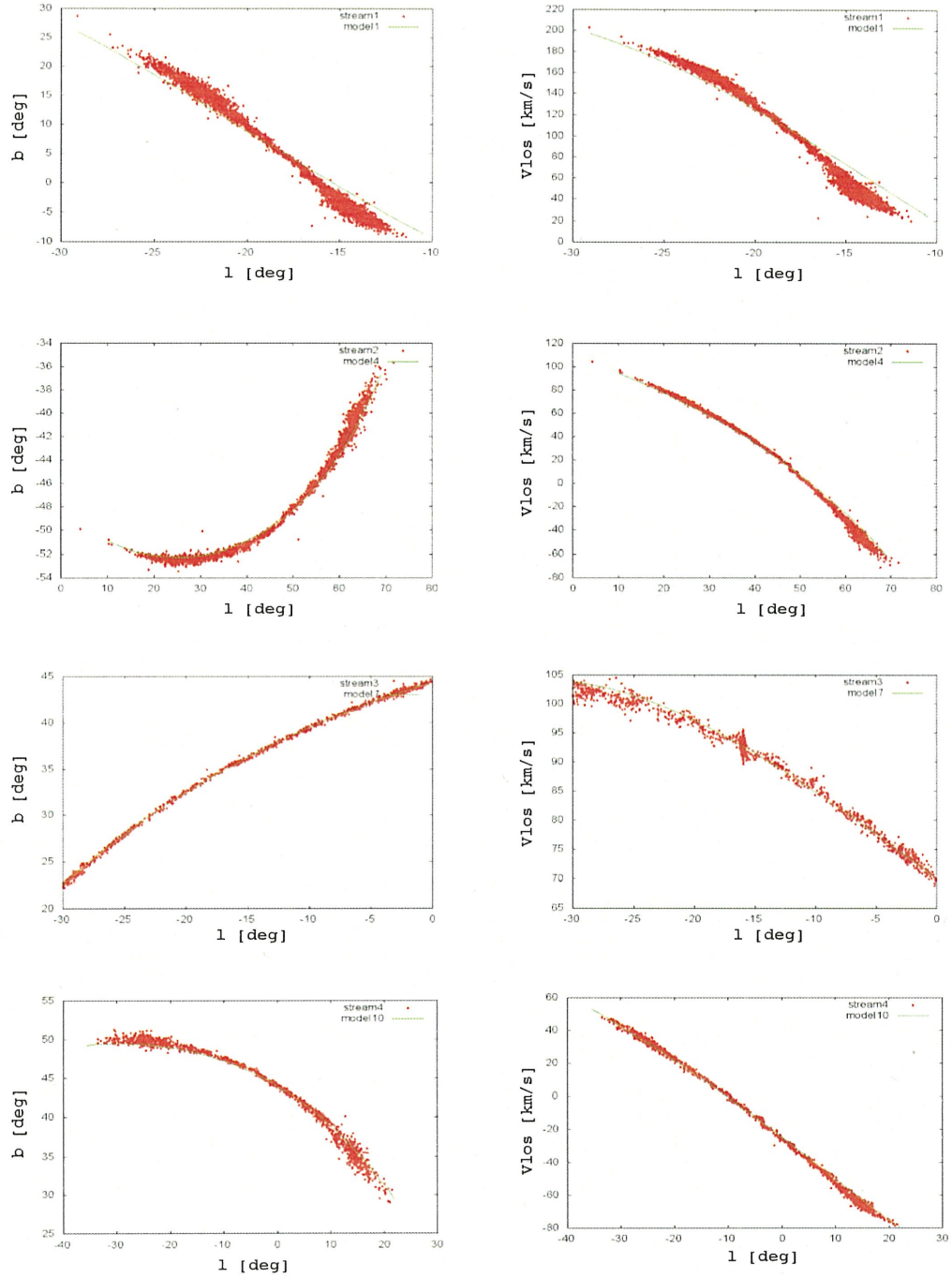


図 5.22: 上から model1,model4,model7,model10 の軌道に合わせたストリームの空間分布 (左) と視線速度の分布 (右) を示している。



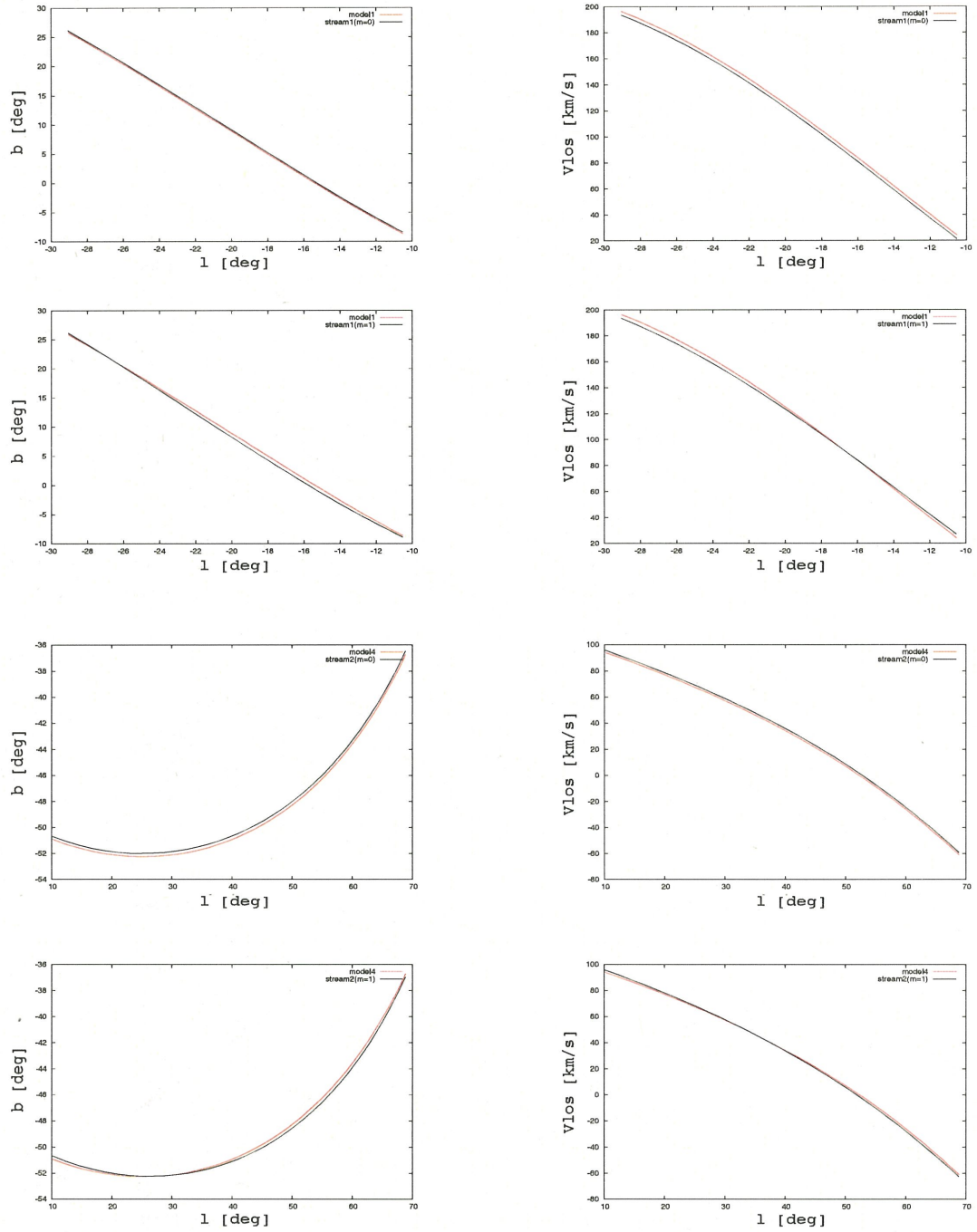


図 5.23: projectior(赤) のストリームの分布から得られる軌道 (黒)(左) と視線速度 (右)。上から  $stream1(m=0), stream1(m=1), stream2(m=0), stream2(m=1)$  軌道を表している。

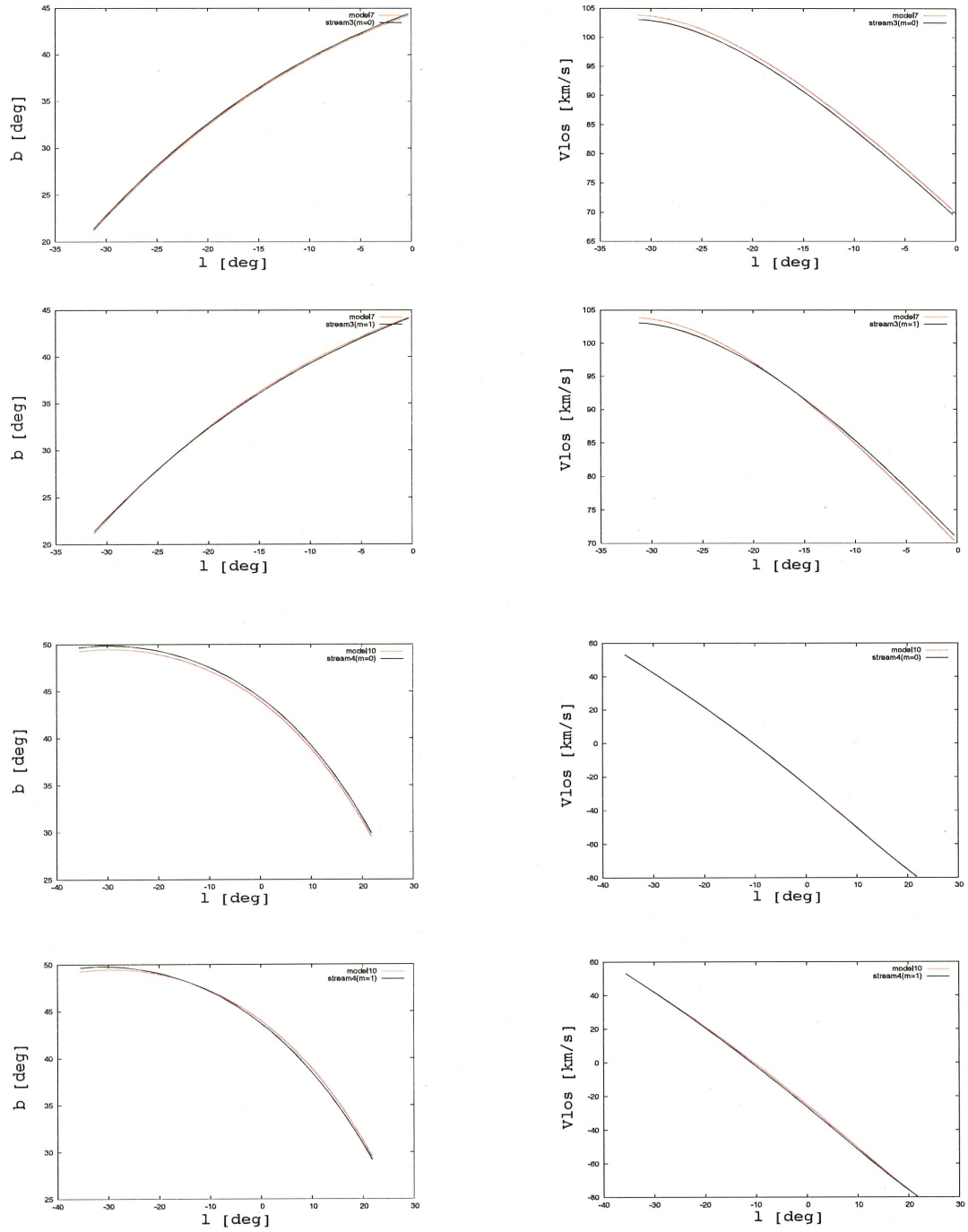


図 5.24: 図 5.23 と同様。ただし上から  $\text{stream3}(m=0)$ ,  $\text{stream3}(m=1)$ ,  $\text{stream4}(m=0)$ ,  $\text{stream4}(m=1)$  の軌道を表している。

### 5.5.3 結果

図 5.25 は図 5.23, 5.24 の黒の軌道から得られた結果を表している。 $m = 0$  の結果は誤差をつけなかったときの結果とあまり変わらず  $p_b, q_b$  の値は  $p_i, q_i$  から 5% 以内に見積もることが出来た。また、 $\Delta p_{0.5}, \Delta q_{0.5}$  に関しても 5.1 の結果とほぼ同程度の値となった。 $m = 1$  の場合  $p_b, q_b$  の値は stream1 は約 20 ~ 40% 程度、それ以外は実際の値から約 10% 以内に見積もることが出来た。 $\Delta p_{0.5}, \Delta q_{0.5}$  は stream1 の  $\Delta p_{0.5}$  以外を除くと  $m = 0$  の結果とほぼ同じ値となった。 $m = 0$  の軌道は progenitor の軌道に定数を加えた軌道になっているため、視線速度の関数の勾配がほとんど変化しない。一方、 $m = 1$  は摂動によって各区分での視線速度の変化の大きさが progenitor のものと異なってくる。よって、 $p_b, q_b$  の値は  $p_i, q_i$  とは異なる値になると考えられる。

stream	m	$p_b$	$q_b$	$\Delta p_{0.5}$	$\Delta q_{0.5}$
1	0	1.04	0.99	0.08	0.05
1	1	1.34	0.83	0.30	0.06
2	0	1.02	0.92	0.02	0.02
2	1	0.94	0.80	0.02	0.02
3	0	0.98	1.03	0.03	0.02
3	1	0.90	0.98	0.02	0.02
4	0	1.09	0.95	0.12	0.03
4	1	1.04	0.92	0.09	0.02

表 5.7: 各モデルの  $p_b, q_b$  と  $\Delta p_{0.5}, \Delta q_{0.5}$  の値を表している。

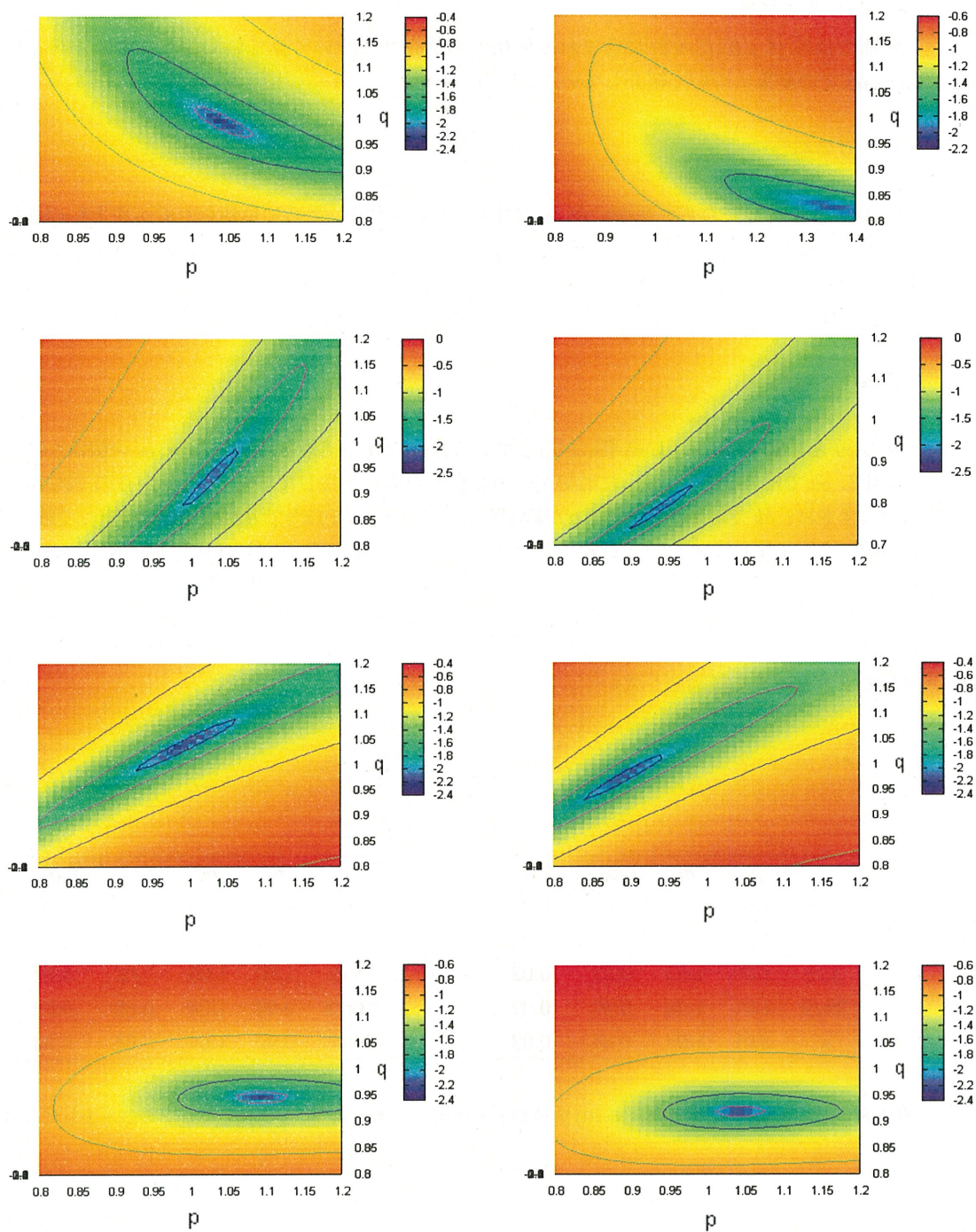


図 5.25: 上から stream1, stream2, stream3, stream4 の結果を表している。左の図は  $m=0$ 、右の図は  $m=1$  の軌道に対応している。



#### 5.5.4 位相の影響

本節では式 (5.4.6), (5.4.7) に含まれる位相  $\xi$  の依存性について見ていく。ここでは一例として stream3 の結果について紹介していく。

##### ・ $m = 0$ の場合

図 5.26 と 5.27 はそれぞれ軌道に  $\delta b, \delta v$  の片方の分散を加え、さらに位相を  $\xi = 0$  (左上),  $\pi/4$  (右上),  $\pi/2$  (左中央),  $3\pi/4$  (右中央),  $\pi$  (左下) としたときの結果に対応している。 $p_b, q_b$  の値は  $\xi$  に値にあまり影響されず、どちらにおいても 0 から  $\pi$  の間で 1% 程度しか変化しなかった。また、 $\delta p_{0.5}, \delta q_{0.5}$  も同様にどちらにおいても 0.01 程度しか変化せず  $\xi$  による影響はほとんど見られなかった。

##### ・ $m = 1$ の場合

図 5.29 と 5.30 は  $m = 1$  の結果に対応している。 $m = 0$  の結果とは異なり  $p_b, q_b$  の値は  $\xi$  によって変化し  $\delta b$  では 0.1 程度、 $\delta v_{\parallel}$  においては 0.3 程度の違いが生じている。 $p_i, q_i$  からの平均的なずれの大きさは、 $\delta b$  では  $p$  が約 4% で  $q$  が約 2%、 $\delta v$  では  $p$  が約 12% で  $q$  が約 10% であり、視線速度の分散によって生じるずれの方が大きくなった。一方、 $\Delta p_{0.5}, \Delta q_{0.5}$  は  $m = 0$  と同様に  $\delta b, \delta v$  のどちらにおいてもほとんど変化せず、値の大きさも  $m = 0$  のときと変わらなかった。このような傾向は他のモデルでも同じである。また、5.5.3 の結果は  $\delta v$  によって生じる平均的なずれの値と同程度になっている。よって、これ以降の結果は摂動を加えることによって生じる平均的なずれの値を表していると考えて議論をしていく。

$\xi$	$p_b$	$q_b$	$\Delta p_{0.5}$	$\Delta q_{0.5}$
0.0	1.00	1.05	0.03	0.02
$\pi/4$	1.00	1.05	0.03	0.02
$\pi/2$	1.00	1.05	0.03	0.02
$3\pi/4$	1.01	1.06	0.04	0.02
$\pi$	1.01	1.06	0.04	0.02

$\xi$	$p_b$	$q_b$	$\Delta p_{0.5}$	$\Delta q_{0.5}$
0.0	0.99	1.05	0.02	0.02
$\pi/4$	0.99	1.05	0.03	0.02
$\pi/2$	1.00	1.05	0.03	0.02
$3\pi/4$	0.99	1.04	0.02	0.02
$\pi$	0.99	1.04	0.03	0.02

表 5.8: 左が  $\delta b(m=0)$ 、右が  $\delta v(m=0)$  の位相  $\xi$  を変えたときの  $p_b, q_b$  と  $\Delta p_{0.5}, \Delta q_{0.5}$  の値を表している。

$\xi$	$p_b$	$q_b$	$\Delta p_{0.5}$	$\Delta q_{0.5}$
0.0	1.05	1.08	0.05	0.04
$\pi/4$	1.05	1.09	0.04	0.02
$\pi/2$	1.04	1.09	0.04	0.03
$3\pi/4$	0.98	1.05	0.03	0.02
$\pi$	0.96	1.03	0.02	0.02

$\xi$	$p_b$	$q_b$	$\Delta p_{0.5}$	$\Delta q_{0.5}$
0.0	1.20	1.19	0.06	0.04
$\pi/4$	1.09	1.17	0.06	0.04
$\pi/2$	0.97	1.09	0.04	0.03
$3\pi/4$	0.85	0.97	0.03	0.02
$\pi$	0.85	0.93	0.03	0.02

表 5.9: 表 5.8 と同様。ただし、左が  $\delta b(m=1)$ 、右が  $\delta v(m=1)$  での結果を表している。

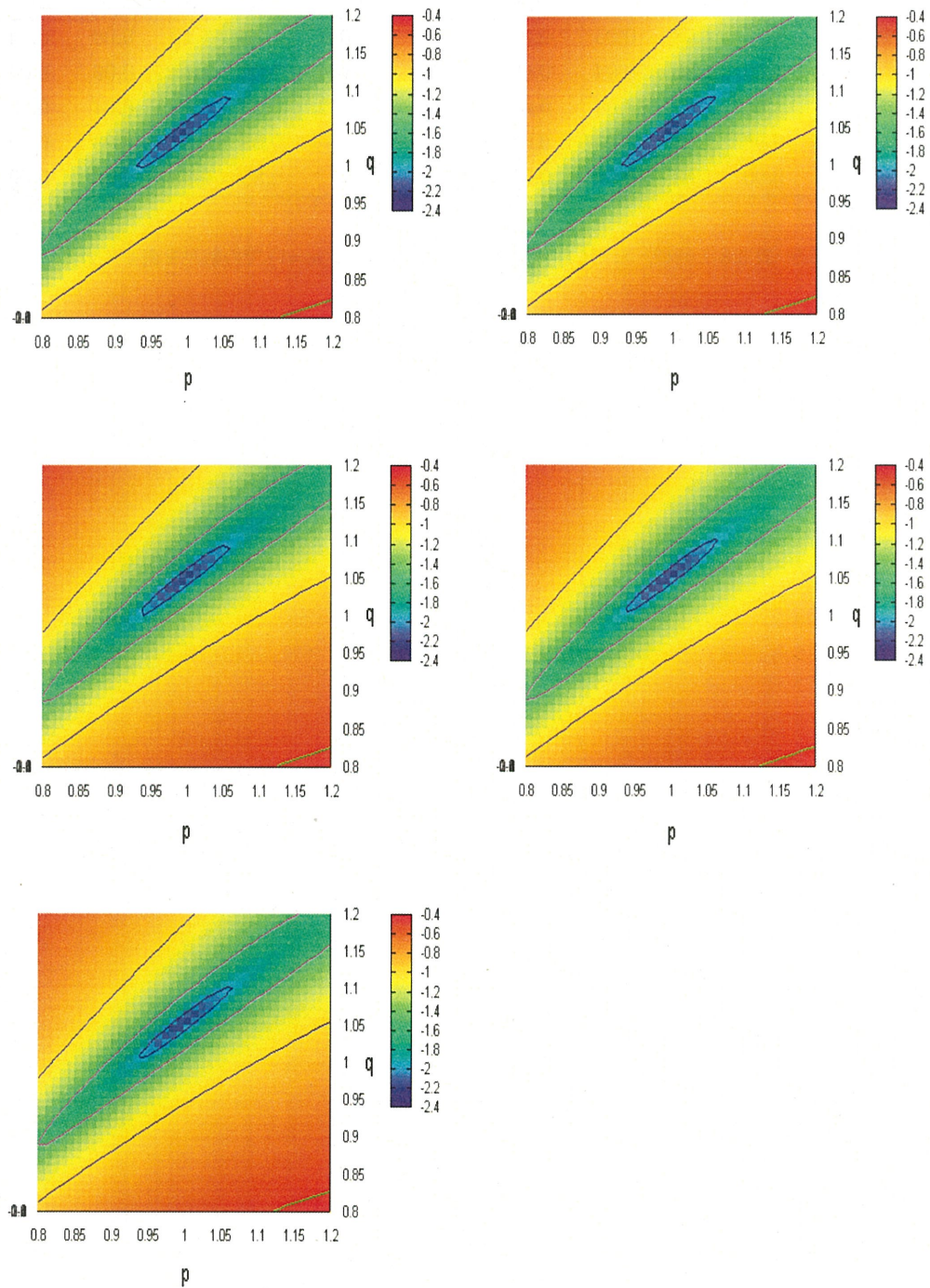


図 5.26:  $\delta b(m=0)$  の位相  $\xi$  を変えたときの結果を示している。図はそれぞれ  $\xi$  を  $0$ (左上),  $\pi/4$ (右上),  $\pi/2$ (中央左),  $3\pi/4$ (中央右),  $\pi$ (左下) としたときの結果に対応している。

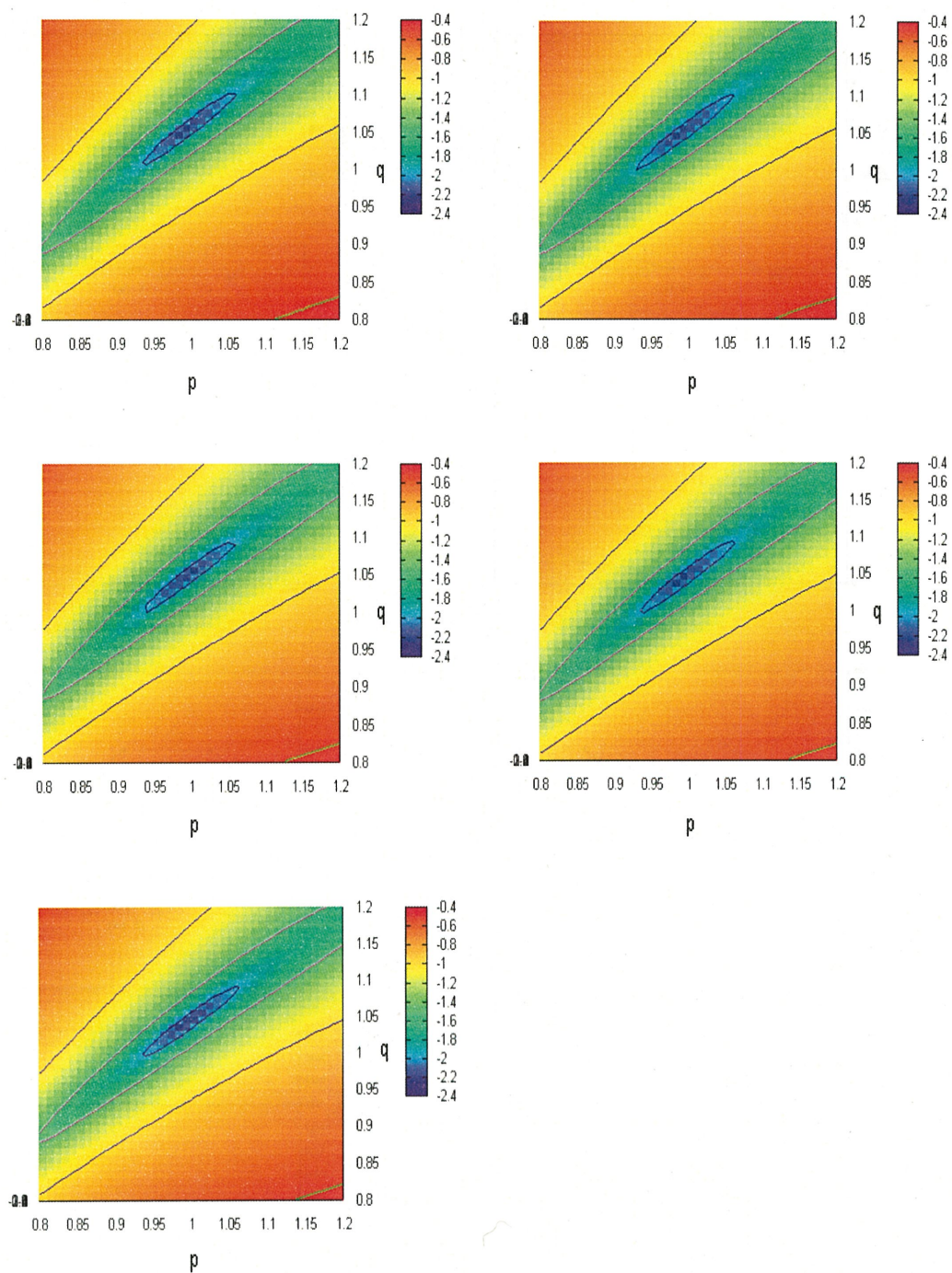


図 5.27:  $\delta v(m=0)$  の位相  $\xi$  を変えたときの結果を示している。図はそれぞれ  $\xi$  を  $0$ (左上),  $\pi/4$ (右上),  $\pi/2$ (中央左),  $3\pi/4$ (中央右),  $\pi$ (左下) としたときの結果に対応している。



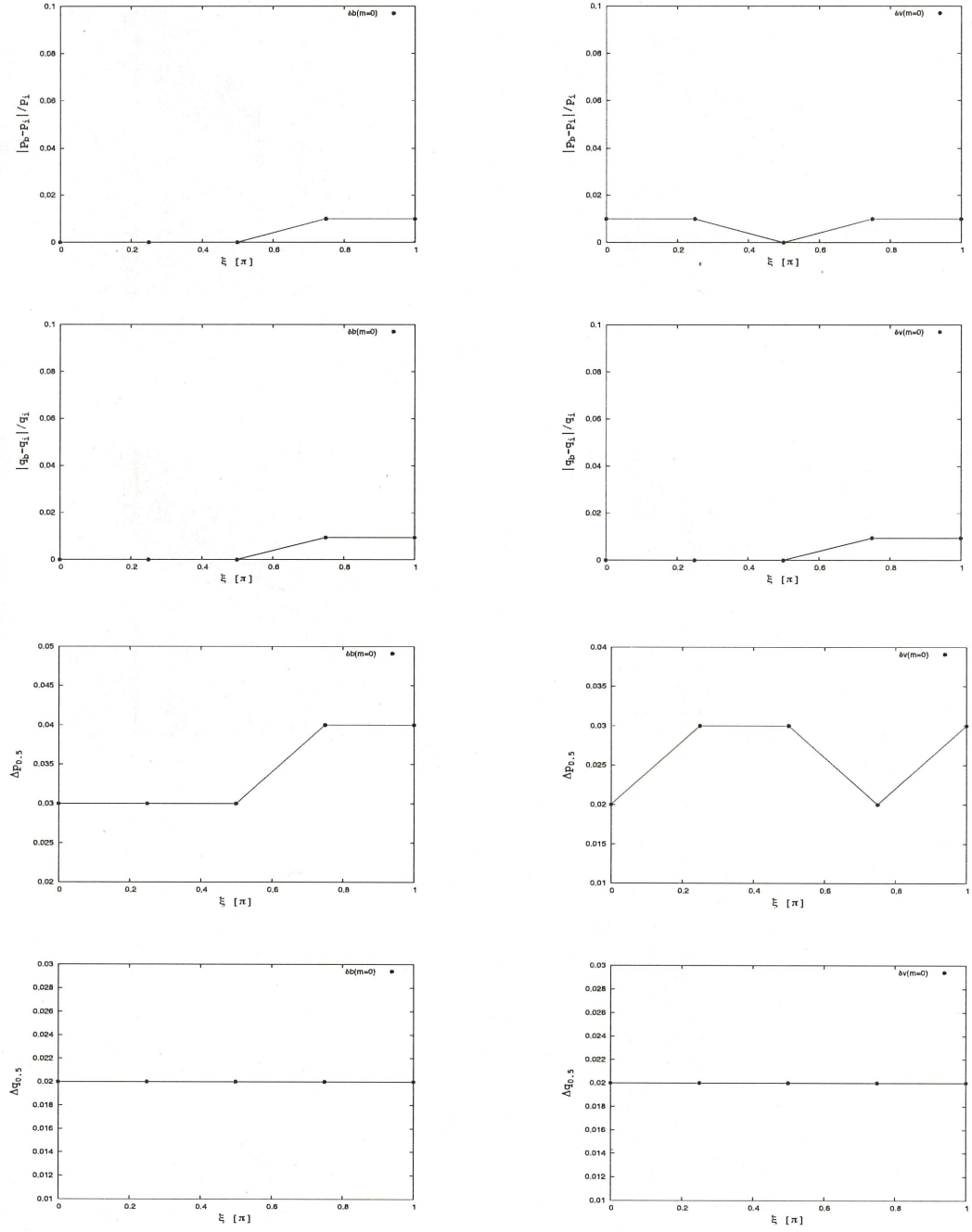


図 5.28: 上から位相  $\xi$  による  $|p_b - p_i|/p_i, |q_b - q_i|/q_i, \Delta p_{0.5}, \Delta q_{0.5}$  の変化を示している。図の左は  $\delta b(m=0)$ 、右は  $\delta v(m=0)$  の結果に対応している。

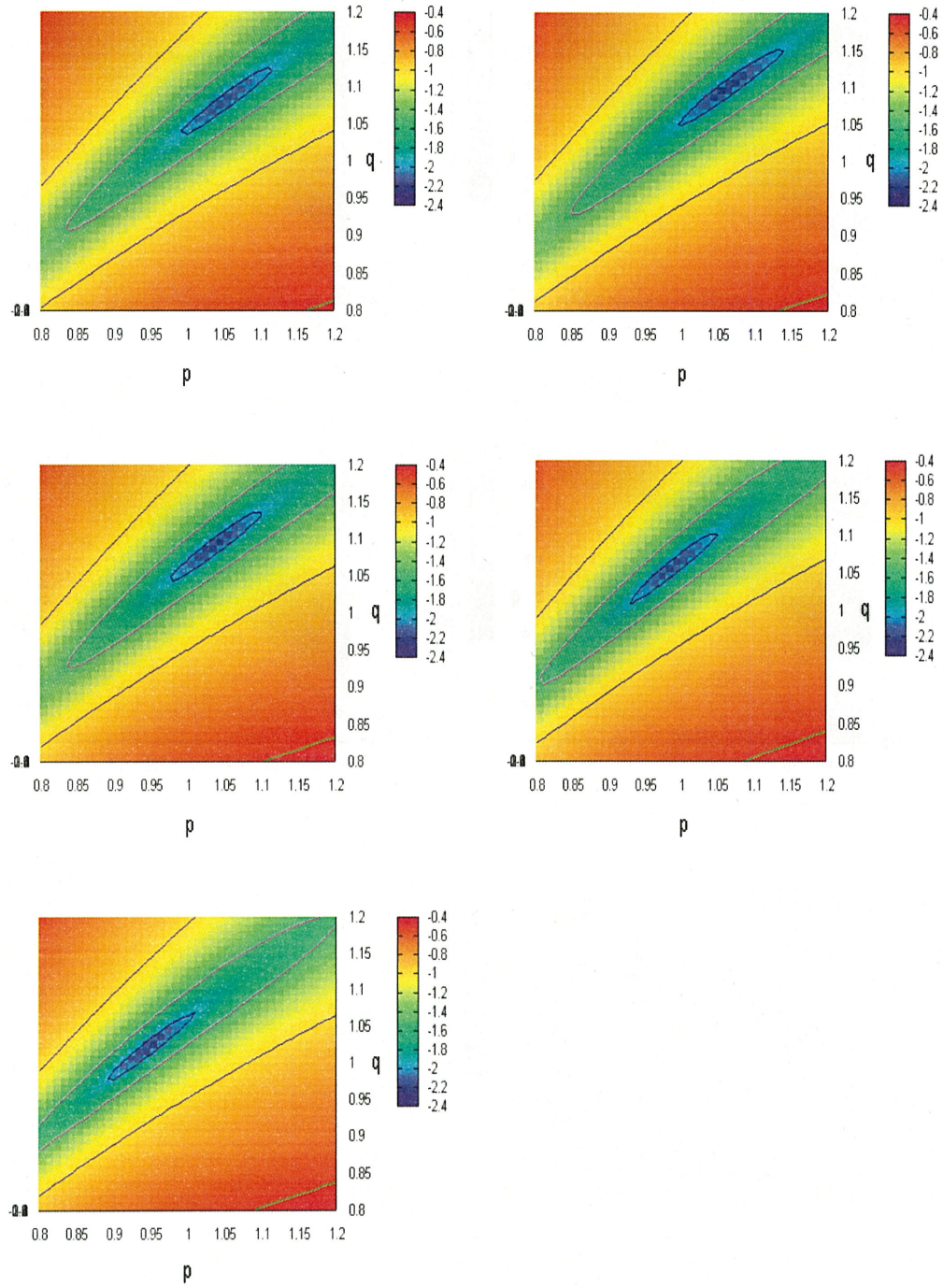


図 5.29:  $\delta b(m=1)$  の位相  $\xi$  を変えたときの結果を示している。図はそれぞれ  $\xi$  を  $0$ (左上),  $\pi/4$ (右上),  $\pi/2$ (中央左),  $3\pi/4$ (中央右),  $\pi$ (左下) としたときの結果に対応している。

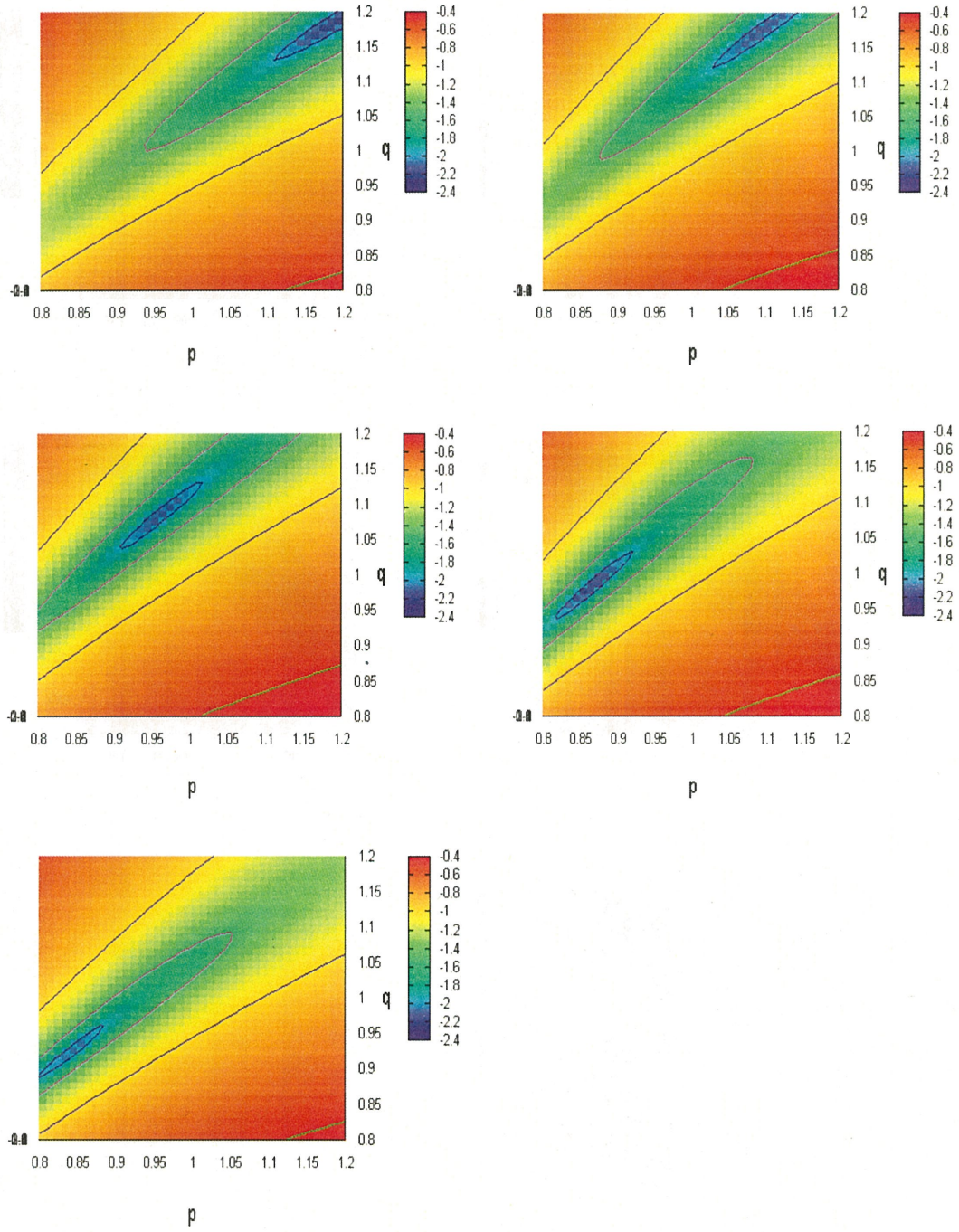


図 5.30:  $\delta v(m=1)$  の位相  $\xi$  を変えたときの結果を示している。図はそれぞれ  $\xi$  を  $0$ (左上),  $\pi/4$ (右上),  $\pi/2$ (中央左),  $3\pi/4$ (中央右),  $\pi$ (左下) としたときの結果に対応している。

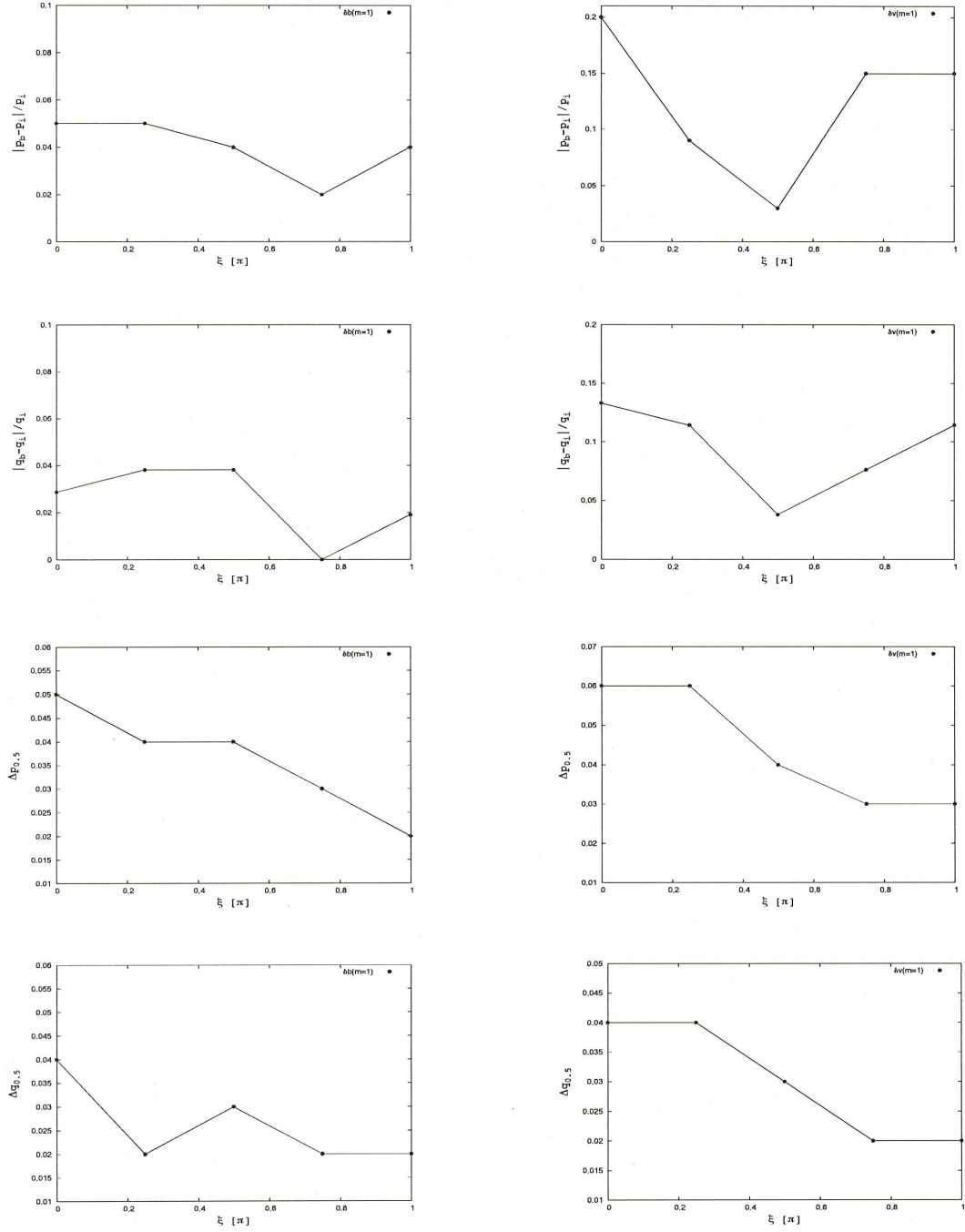


図 5.31: 図 5.28 の結果と同様。ただし、図の左は  $\delta b(m=1)$ 、右は  $\delta v(m=1)$  の結果を表している。



### 5.5.5 初期値の影響

5.2 と同様に、 $m = 0$  と  $m = 1$  のそれぞれにおいて  $s/s_0$  の値によって結果にどれ程の影響が生じるかについて見ていく。

#### ・ $m = 0$ の場合

図 5.32 は計算に入れた初期値と実際の値の比  $s/s_0$  をそれぞれ 0.9(左)、1.1(右) としたときの結果である。実際の値からのずれが最も変化が大きかったものは stream1 の  $p_b$  であり最大で約 10% の違いが生じた。また、5.2 と同様にほとんどの結果は  $s/s_0 = 1.0$  の場合と大きく変わらず、実際の値から約 5% 程度のずれで収まっている。 $\Delta p_{0.5}$  と  $\Delta q_{0.5}$  に関しても大きな変化や相関は見られなかった。

#### ・ $m = 1$ の場合

stream1 の  $p_b$  以外は  $m = 0$  のときと同様に  $s/s_0 = 1.0$  の結果とあまり変わらず、実際の値からのずれも最大で 10 ～ 20% 程度となった。また、stream1 の  $\Delta p_{0.5}$  以外は  $s/s_0$  による違いや相関はほとんど見られなかった。初期値の効果に関しては、5.2 と同様にほとんどのモデルで数%程度の誤差しか生じなかった。一方、中には  $p_b, q_b$  の値が大きく異なるものも見られた。このようなことから初期値の効果に関しては今回調べなかった軌道の性質によって影響が変わってくる可能性があると考えられる。

stream	$s/s_0$	$p_b$	$q_b$	$\Delta p_{0.5}$	$\Delta q_{0.5}$	stream	$s/s_0$	$p_b$	$q_b$	$\Delta p_{0.5}$	$\Delta q_{0.5}$
1	0.9	1.10	1.01	0.10	0.07	1	0.9	1.46	0.84	0.47	0.08
1	1.1	1.00	0.98	0.07	0.06	1	1.1	1.26	0.82	0.19	0.04
2	0.9	1.05	0.95	0.02	0.02	2	0.9	0.95	0.79	0.02	0.03
2	1.1	1.02	0.93	0.02	0.02	2	1.1	0.94	0.80	0.02	0.02
3	0.9	0.99	1.04	0.02	0.02	3	0.9	0.91	0.99	0.03	0.02
3	1.1	0.98	1.03	0.03	0.02	3	1.1	0.90	0.98	0.03	0.02
4	0.9	1.10	0.96	0.14	0.03	4	0.9	1.06	0.93	0.10	0.02
4	1.1	1.08	0.94	0.10	0.02	4	1.1	1.03	0.91	0.12	0.03

表 5.10: 各モデルの  $p_b, q_b$  と  $\Delta p_{0.5}, \Delta q_{0.5}$  の値を表している。表はそれぞれ  $m = 0$ (左),  $m = 1$ (右) の結果に対応している。

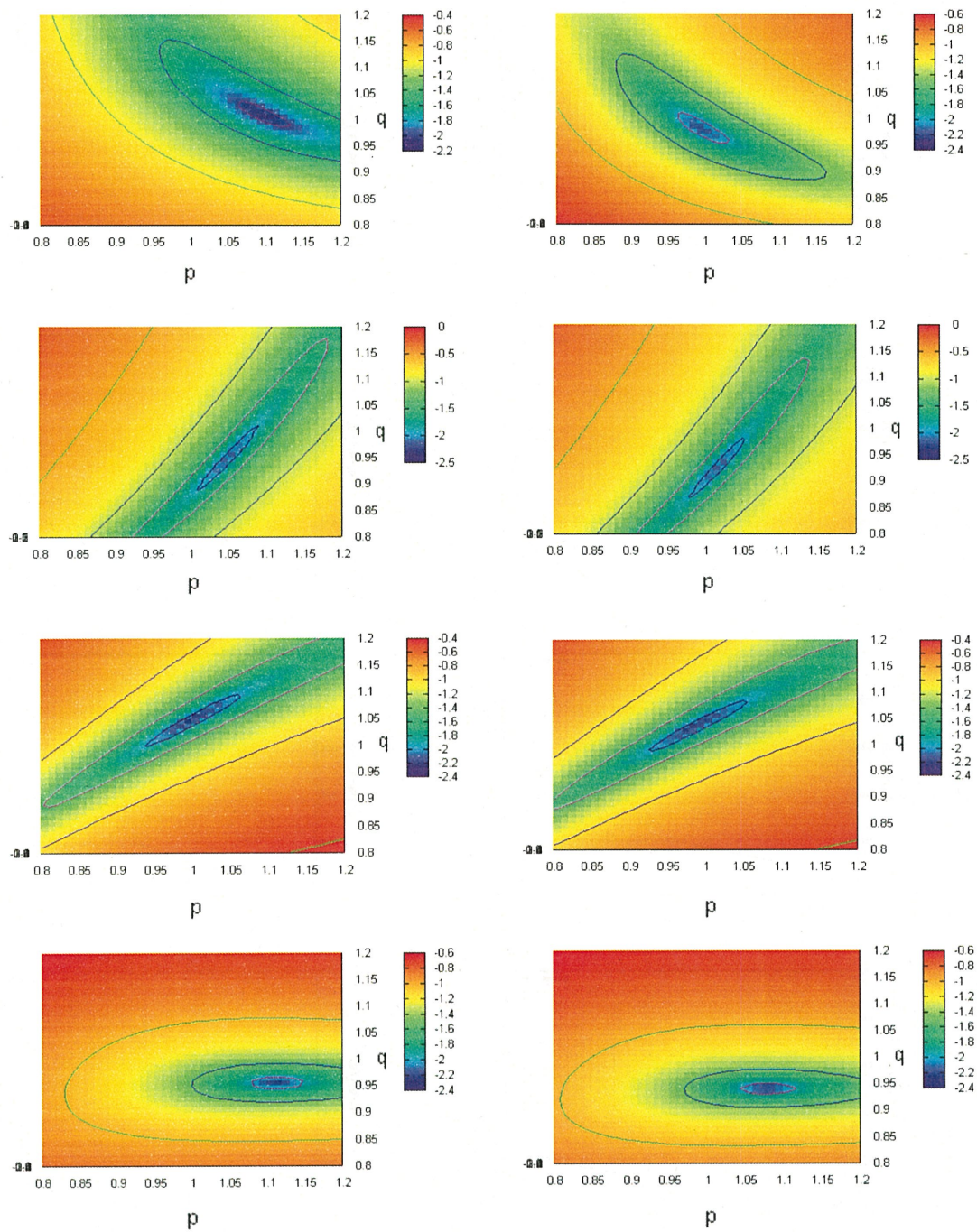


図 5.32: 上から stream1, stream2, stream3, stream4 において、 $s/s_0$  を 0.9(左), 1.1(右) にしたときに得られる  $\Delta E$  の結果を表している ( $m = 0$ )。

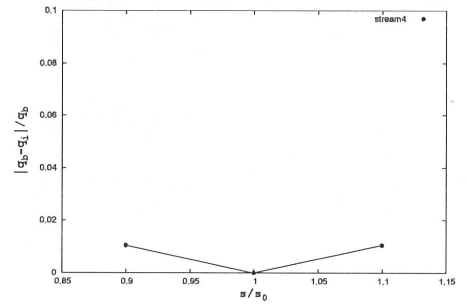
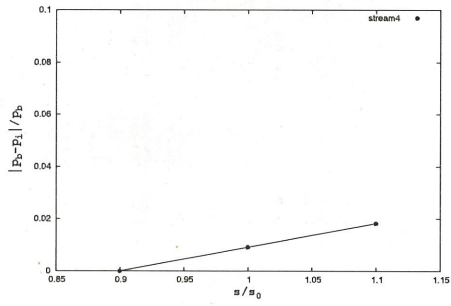
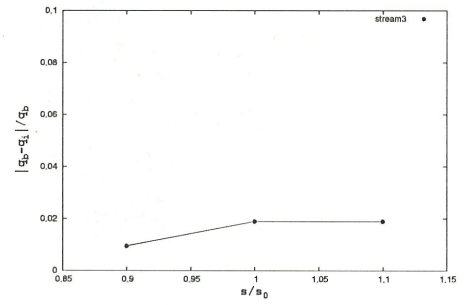
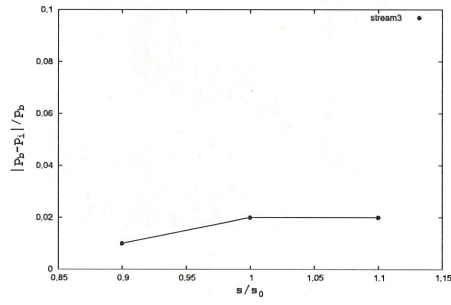
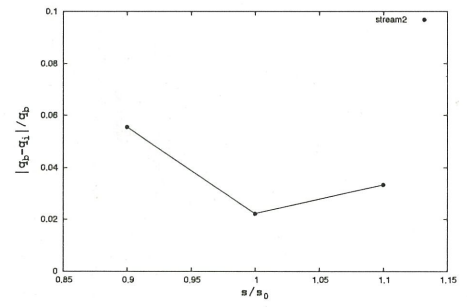
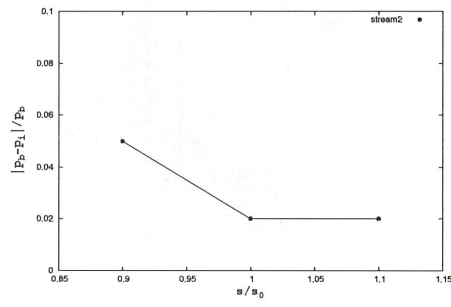
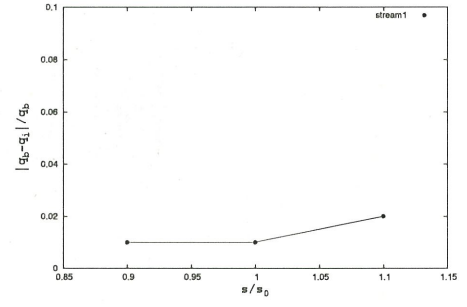
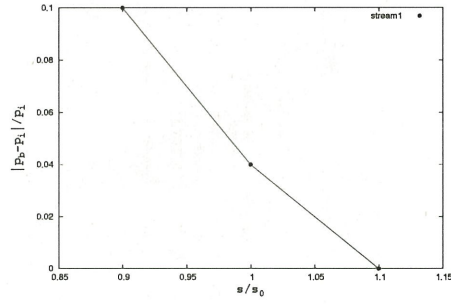


図 5.33:  $s/s_0(m=0)$  と  $|p_b - p_i|/p_i$ (左)、 $|q_b - q_i|/q_i$ (右) の関係を示したものの。図は上から stream1, stream2, stream3, stream4 での結果に対応している。

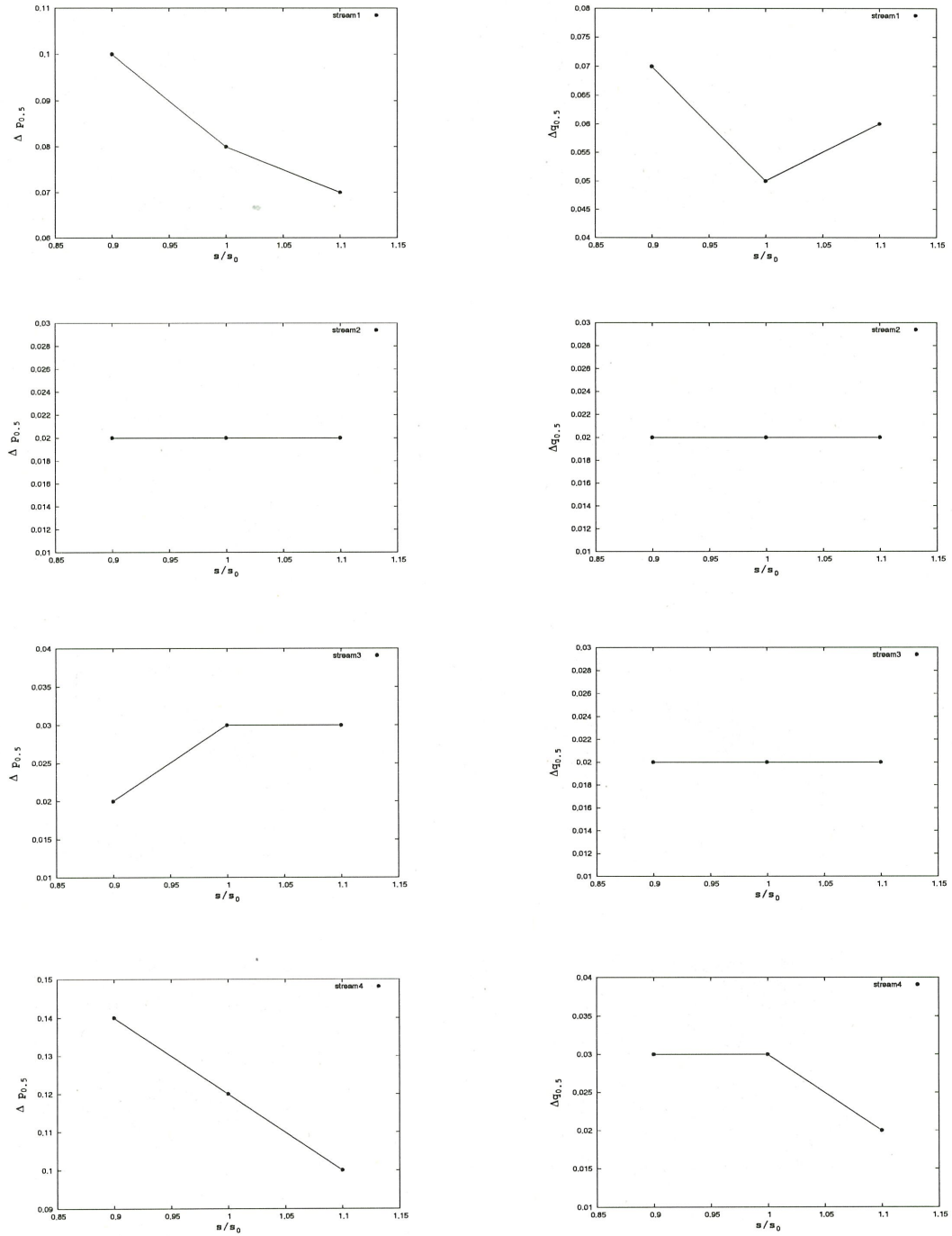


図 5.34:  $s/s_0(m=0)$  と  $\Delta p_{0.5}$ (左),  $\Delta q_{0.5}$ (右) の関係を示したもの。図は上から stream1, stream2, stream3, stream4 での結果に対応している。



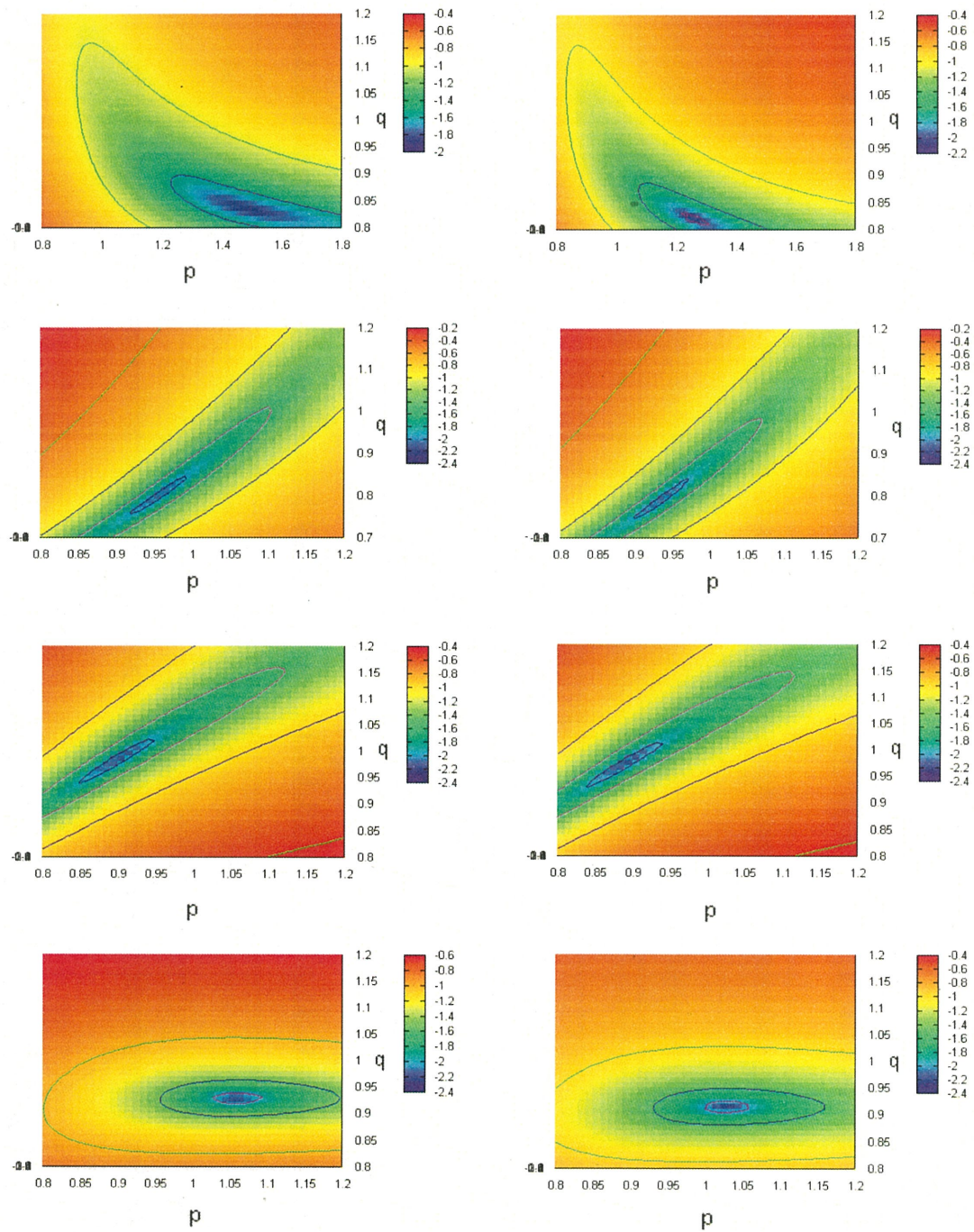


図 5.35: 図 5.32 と同様。ただし  $m=1$ 。

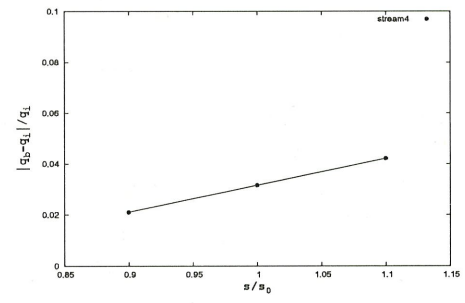
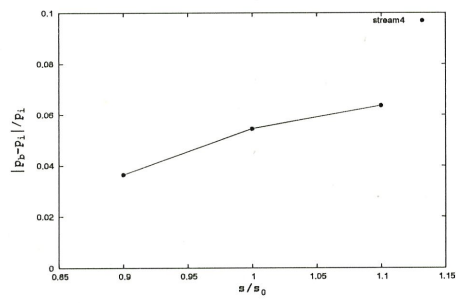
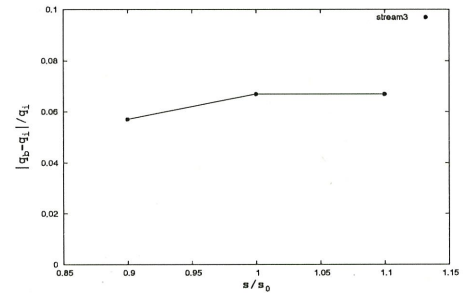
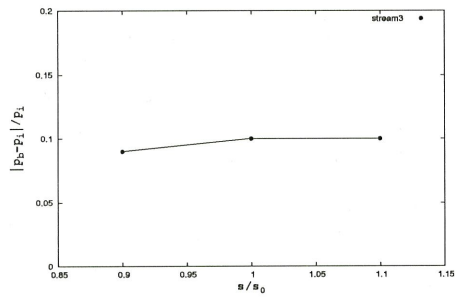
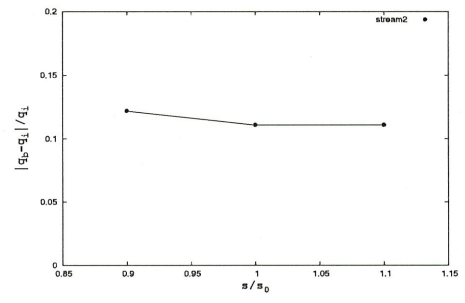
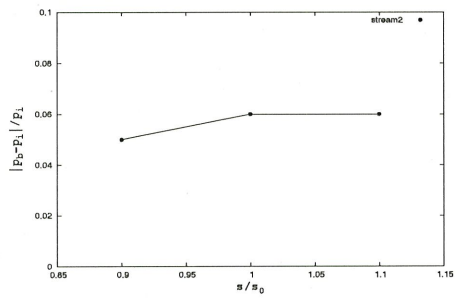
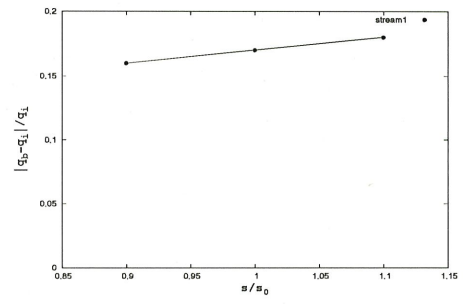
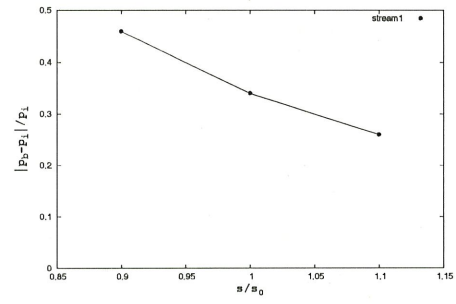


図 5.36: 図 5.33 と同様。ただし  $m=1$ 。

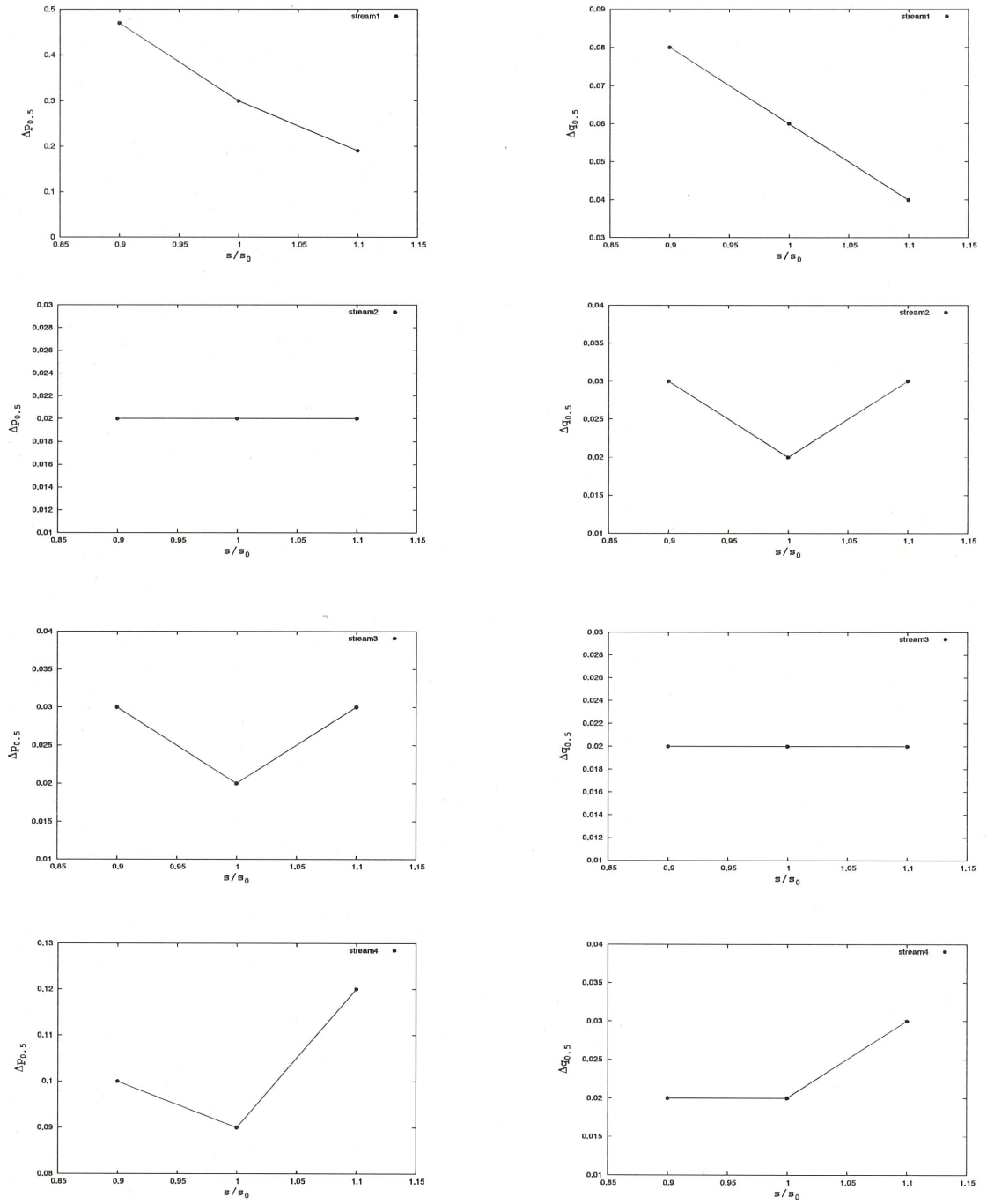


図 5.37: 図 5.34 と同様。ただし  $m=1$ 。

### 5.5.6 データ数及び軌道の長さの影響

ここでは、5.3 や 5.4 で行った様に計算に使うデータ点の数や長さ変化させたときにどのような影響が生じるかについて見ていく。図 5.38 は 5.3 と 5.4 で用いた model1 の軌道の長さやデータ数を変えたものに stream1(左:m=0, 右 m=1) の分散を加えたときの結果を表している。

#### ・ $m = 0$ の場合

$q_b$  の値は軌道の長さによらず、 $p_b$  に関しても値は変化はするが  $p_i$  からのずれの大きさは約 3 ~ 5%程度に収まり 5.3 と同様に長さによる変化はほとんど見られなかった。また、 $\Delta p_{0.5}, \Delta q_{0.5}$  の値も 5.3 と同じく特に相関は見られなかった。一方、計算に使うデータ数を変えた場合  $\Delta p_{0.5}, \Delta q_{0.5}$  の値は 5.4 のように数を増やすとともに小さくなることが分かる。一方、 $p_b, q_b$  の値はデータ数と共に  $p_i, q_i$  に近づくが、 $p_b$  は  $p_i$  と一致せず多少 (4%) ずれた結果となった。

#### ・ $m = 1$ の場合

データ数を変化させた場合、 $m = 0$  と同様に  $\Delta p_{0.5}, \Delta q_{0.5}$  は小さくなる。一方、 $p_b, q_b$  の値は今までの様にデータ数と共に  $p_i, q_i$  に近づくわけではなかった。よって、計算に使うデータ数を増やした場合は統計的な誤差が減少し、軌道のずれによる誤差は残り続けることが分かる。一方、長い軌道の場合  $\Delta p_{0.5}, \Delta q_{0.5}$  の値は今まで通り相関は見られなかったが、 $p_b, q_b$  と  $p_i, q_i$  のずれの大きさは軌道の長さと共に小さくなり、最も長い軌道では  $p$  のずれが 2%、 $q$  が 1%まで減少した。 $m = 1$  の軌道の場合、長い軌道の方が摂動によって生じるの視線速度の変化のずれが小さくなるため、データ点の各区間における関数の勾配のずれが小さくなる。よって、長い軌道の方が軌道のフィッティングによる影響をあまり受けずに軸比を決定できると考えられる。これらの傾向は他のモデルを用いて計算した場合でも同様な結果が得られている。

u	$p_b$	$q_b$	$\Delta p_{0.5}$	$\Delta q_{0.5}$	N	$p_b$	$q_b$	$\Delta p_{0.5}$	$\Delta q_{0.5}$
76.3°	1.03	0.99	0.07	0.03	10	1.07	1.04	0.38	0.26
153.8°	0.95	0.99	0.20	0.16	80	1.04	1.00	0.03	0.02

表 5.11: stream1(m=0) の分散を加えたときの  $p_b, q_b$  と  $\Delta p_{0.5}, \Delta q_{0.5}$  の値を表している。

u	$p_b$	$q_b$	$\Delta p_{0.5}$	$\Delta q_{0.5}$	N	$p_b$	$q_b$	$\Delta p_{0.5}$	$\Delta q_{0.5}$
76.8°	0.98	0.98	0.11	0.06	10	1.39	0.80	1.37	0.16
153.9°	1.02	0.99	0.13	0.08	80	1.35	0.83	0.24	0.04

表 5.12: stream1(m=1) の分散を加えたときの  $p_b, q_b$  と  $\Delta p_{0.5}, \Delta q_{0.5}$  の値を表している。



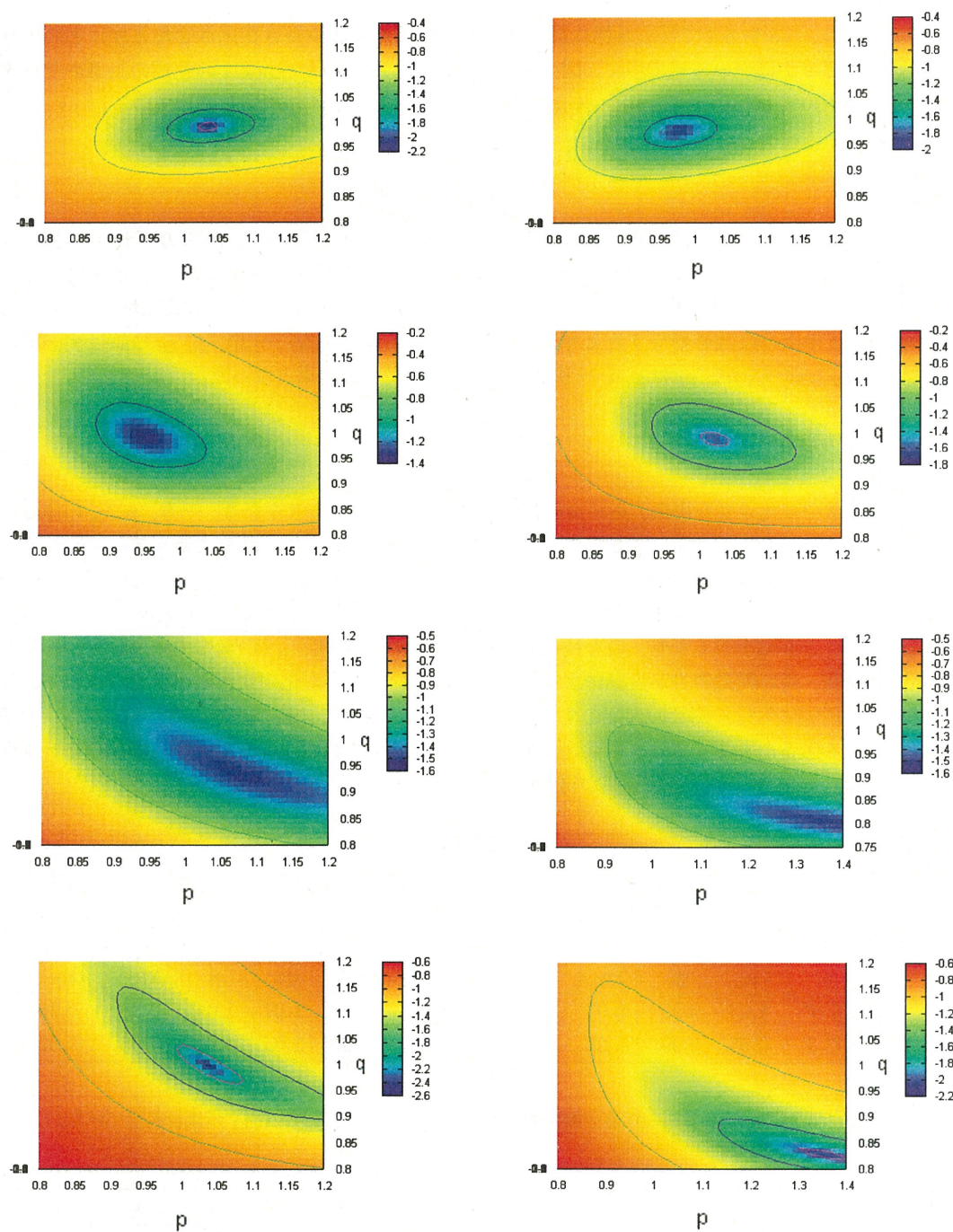


図 5.38: 上から  $u$  を約 2 倍、4 倍、 $N$  を 10、80 としたときの結果。図の左側は  $m = 0$ 、右側は  $m = 1$  のときの結果に対応している。

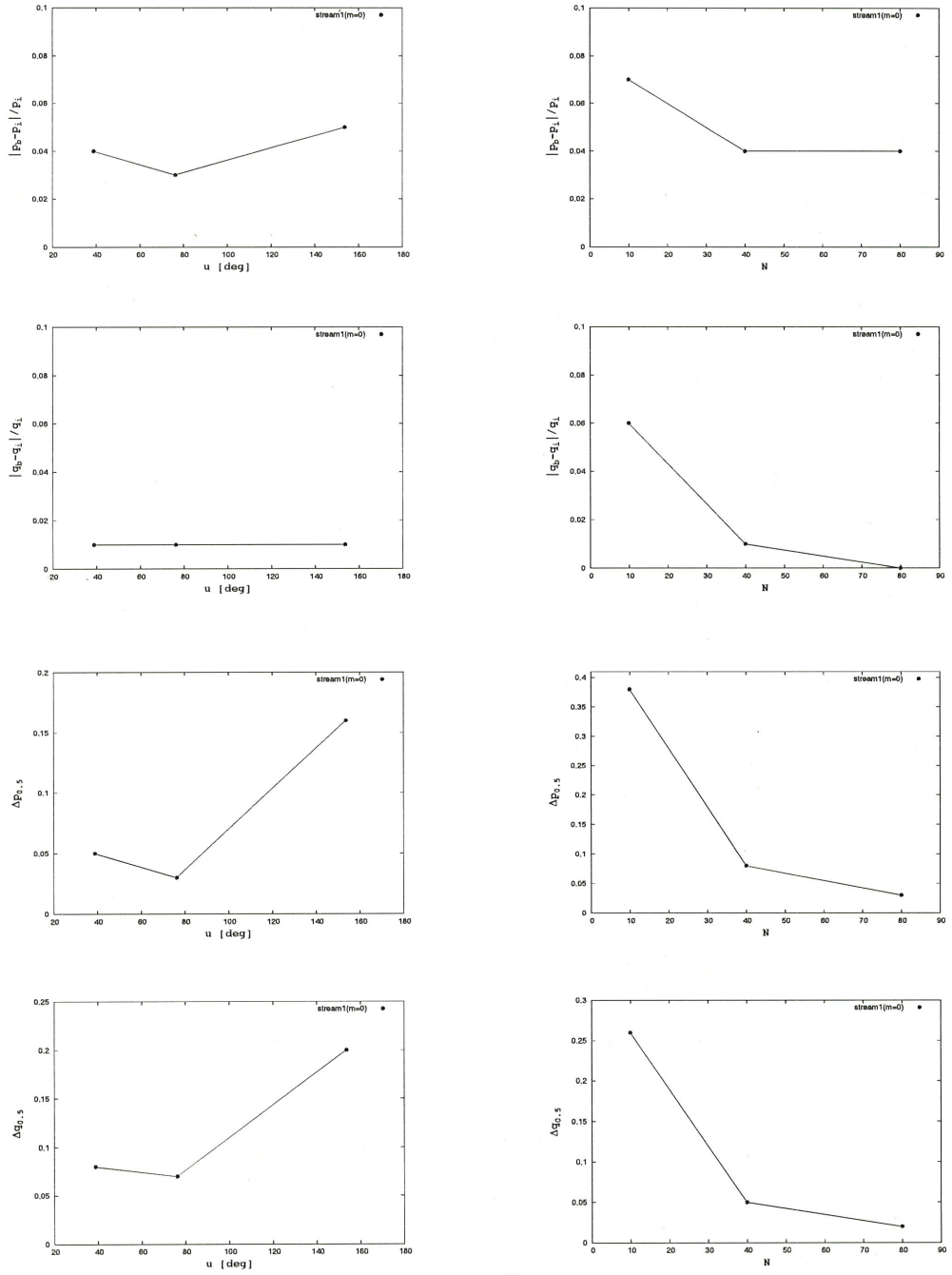


図 5.39: 上から  $|p_b - p_i|/p_i, |q_b - q_i|/q_i, \Delta p_{0.5}, \Delta q_{0.5}$  と軌道の長さ  $u$ (左)、区間数  $N$ (右) の関係を示している。図は  $m=0$  の結果に対応している。

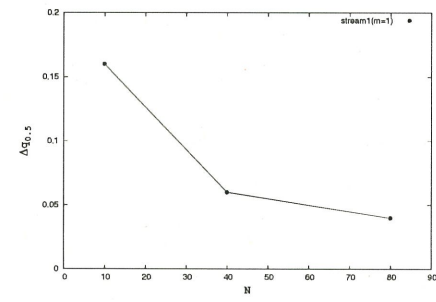
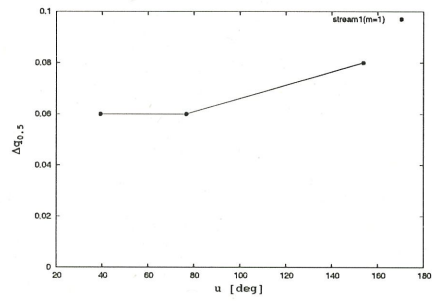
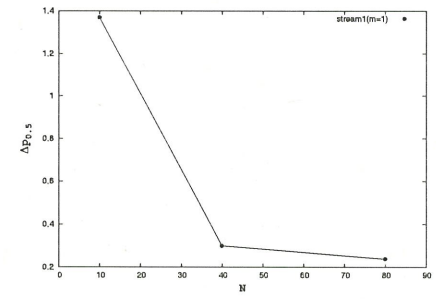
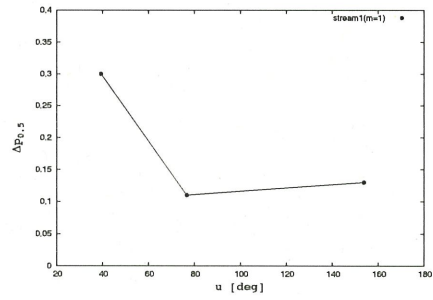
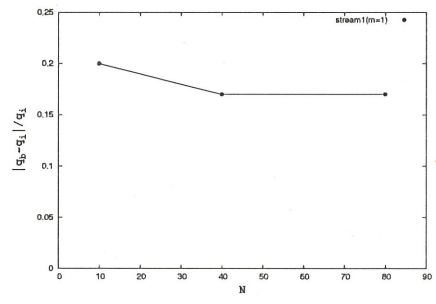
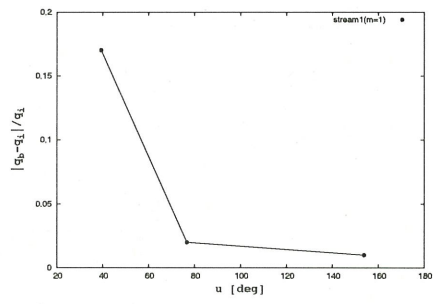
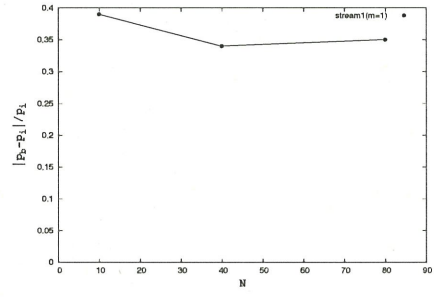
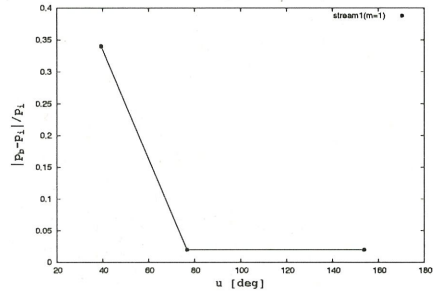


図 5.40: 図 5.39 と同様。ただし、 $m=1$  の結果に対応している。

### 5.5.7 観測誤差の影響

軌道のフィッティングにおける不定性はストリームそのものが持つ分散だけでなく、観測の誤差によっても引き起こされる。特に視線速度に関しては、遠方のストリームを観測する際に約 10km/s 程度の観測誤差が生じてしまう。そこで視線速度の観測誤差を加えることで、パラメーターの決定精度にどれ程の影響が生じるかを見ていく。ストリームの分散に観測から生じる誤差を加えたときの視線速度の分散の大きさは、

$$\delta v = \sqrt{\delta v_{st}^2 + \delta v_{obs}^2} \quad (5.5.8)$$

となる。ここで、 $\delta v_{obs}$  は観測によって生じる視線速度の誤差を表している。

図 5.41 は  $\text{stream4}(u = 47.4^\circ, \delta b_{st} = 0.44^\circ, \delta v_{st} = 1.51\text{km/s})$  に観測誤差  $\delta v_{obs}$  を加えたときの結果を表している。 $m = 0$  の場合ベストフィットの値は  $\delta v_{obs}$  にほとんど影響されずインプットからのずれも 1% 程度の大きさであった。また、 $\delta p_{0.5}, \delta q_{0.5}$  の値も  $\delta v_{obs}$  の大きさによらず、ほとんど変わらない結果となった。一方、 $m = 1$  の場合は  $\delta v_{obs}$  の影響を強く受けており、 $\delta v_{obs} = 1.0\text{km/s}$  のとき、 $p_b, q_b$  は  $p_i, q_i$  から 5% 程度、 $\delta v_{obs} = 6.0\text{km/s}$  になると 10% からそれ以上ずれた値になっている。以上のことから、観測誤差により分散が大きくなると progenitor の軌道からずれが大きくなり、それに応じて  $p_b, q_b$  も  $p_i, q_i$  から大きくずれた結果になる。

$\delta v_{obs}$	$p_b$	$q_b$	$\Delta p_{0.5}$	$\Delta q_{0.5}$
1.0km/s	1.09	0.95	0.12	0.03
3.0km/s	1.09	0.94	0.14	0.03
6.0km/s	1.09	0.94	0.11	0.03

表 5.13:  $\text{stream4}(m=0)$  に  $\delta v_{obs}$  を加えたときの  $p_b, q_b$  と  $\Delta p_{0.5}, \Delta q_{0.5}$  の値を表している。

$\delta v_{obs}$	$p_b$	$q_b$	$\Delta p_{0.5}$	$\Delta q_{0.5}$
1.0km/s	1.04	0.91	0.10	0.02
3.0km/s	1.03	0.87	0.12	0.03
6.0km/s	1.00	0.80	0.17	0.03

表 5.14:  $\text{stream4}(m=1)$  に  $\delta v_{obs}$  を加えたときの  $p_b, q_b$  と  $\Delta p_{0.5}, \Delta q_{0.5}$  の値を表している。



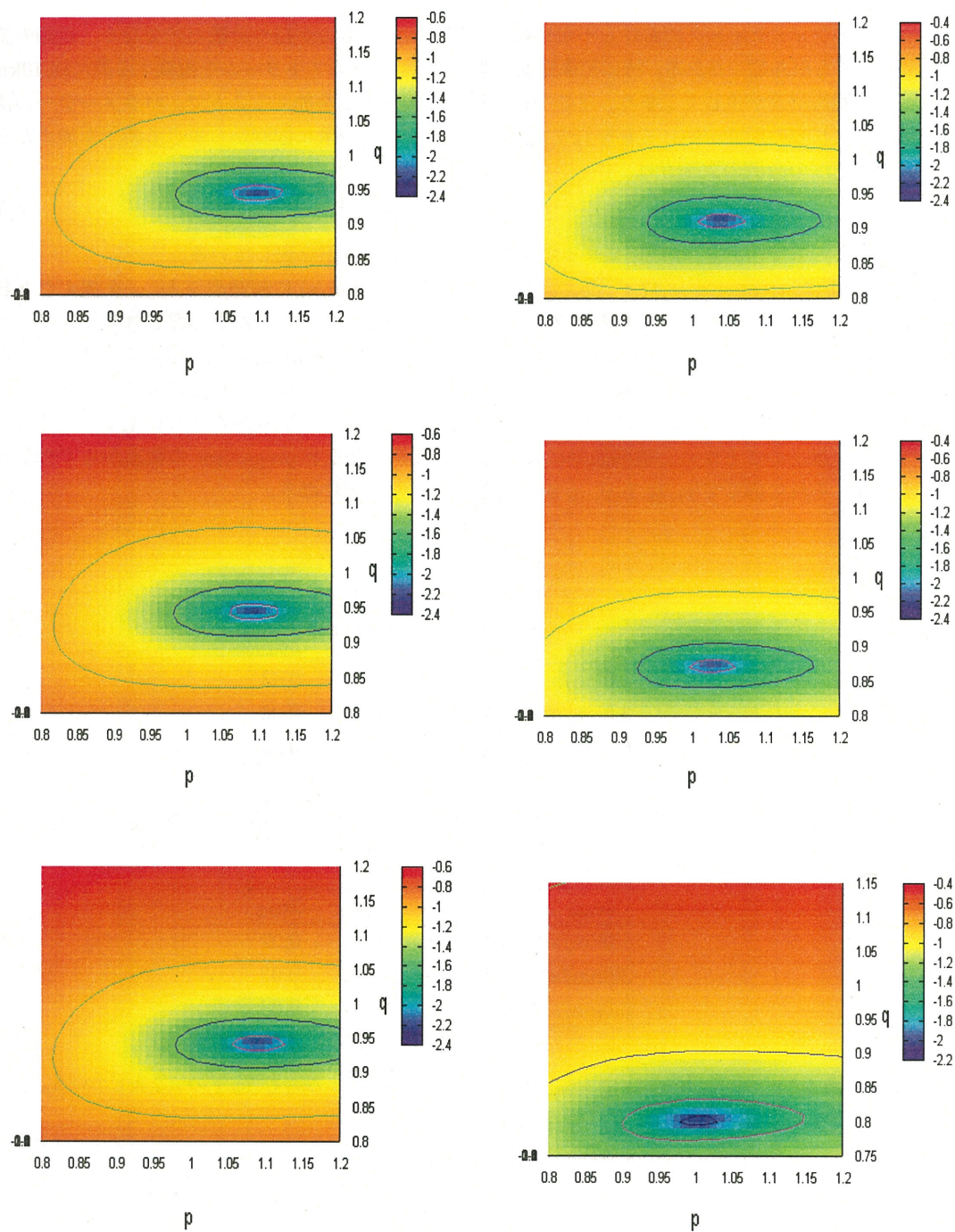


図 5.41: stream4( $m=0$ :左, $m=1$ :右) に  $\delta v_{obs}$  を加えたときの結果を表している。図は上から  $\delta v_{obs} = 1.0 \text{ km/s}, 3.0 \text{ km/s}, 6.0 \text{ km/s}$  を加えたときの結果に対応している。

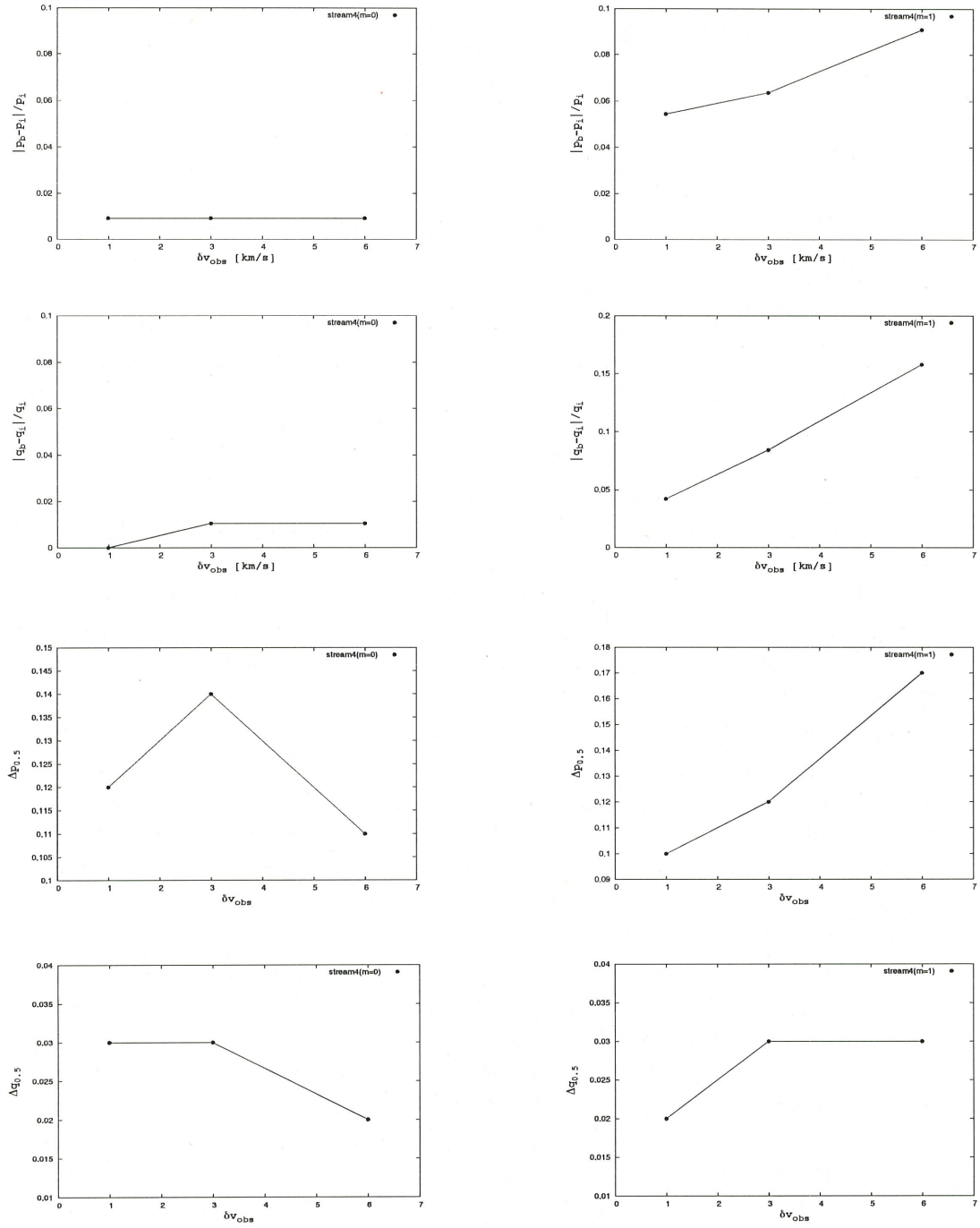


図 5.42: 上から  $|p_b - p_i|/p_i, |q_b - q_i|/q_i, \Delta p_{0.5}, \Delta q_{0.5}$  と  $\delta v_{obs}$  の関係を示している。図は左が  $m=0$ , 右が  $m=1$  での結果に対応している。

## 第6章

### 結論及び課題

#### 6.1 結論

本研究では Binney, 2008[61] で紹介されている方法を用いてダークハローの軸比をどれほどの精度で決めることが出来るかについての評価を行った。その結果として、progenitor の軌道に沿って計算した場合、 $b$  や  $l \cos b$  の一方のみに動いている軌道を除けばポテンシャルの形状に依らず実際の値から約 5% 以内にベストフィットの値を見積もることが出来た。また、軌道の長さを変えて計算を行って場合でも大きな違いは見られなかった。一方、計算に使うデータの数を変えた場合、データ数を減らすとスプラインで内挿した線が progenitor の軌道を完全追うことが出来なくなる。そのため、 $p_b, q_b$  の値にずれが生じたと考えられる。また、データ数を減らすと統計的な誤差の大きさ  $\Delta p_{0.5}, \Delta q_{0.5}$  も大きくなる。逆にデータ数を増やすと統計的な誤差や関数のずれを小さくすることができる。よって、progenitor の軌道に沿って計算した場合、計算に使うデータ数を増やすことで誤差なくパラメーターを見積もることができると考えられる。

ストリームには空間分布やストリームに沿った視線速度の分布に有限な広がりが存在するためストリームの分布から予測される軌道は progenitor の軌道に対してずれが生じると考えられる。そこで、本研究ではストリームのモデルを作成しその分布から得られる軌道に沿って計算した場合制限にどの程度影響が生じるかを調べた。その際、ストリームの分布から得られる軌道は式 (5.5.6) と (5.5.7) の  $m=0$  もしくは 1 のような形になると仮定している。その結果、 $m=0$  の場合  $p_b, q_b$  の値は実際の値から 5% 以下のずれしか生じなかった。 $m=1$  の場合ほとんどのモデルで 5 ~ 10%、最大で 30% 以上のずれが生じた。 $m=0$  の軌道は progenitor の軌道に定数を加えた軌道になっているため、各区間の視線速度の勾配がほとんど変わらず  $p_b, q_b$  は  $p_i, q_i$  とほとんど変わらない値になる。一方、 $m=1$  の軌道は関数の勾配が progenitor のものからずれるため、軌道に合う  $p_b, q_b$  は実際の値から離れた値になる。この結果は progenitor の軌道に沿って計算した場合と異なり、データ数を増やしても誤差は残り続ける。分散の影響は軌道の長さにも依存し特に  $m=1$  の結果は軌道の長さと共にずれの大きさが小さくなる傾向が見られた。 $m=1$  の軌道は軌道の長さと共に軌道の各区間での摂動によって生じる視線速度の変化のずれが小さくなる。よって、長いストリームの方が分布から得られる軌道の形による影響が少なく、軸比を決定するのに適していると考えられる。また、progenitor の場合と摂動を加えた軌道の場合で  $s$  の初期値をずらしたときの影響を見た。ほとんどのモデルは初期値を実際の値から  $\pm 10\%$  ずらすと  $p_b, q_b$  の値は 1 ~ 5% 変化するという結果になった。しかし、中には 10% 以上変化するモデルも存在した。よって、 $s$  初期値の効果に関しては今回調べなかった軌道の性質によって影響が異なる可能性があると考えられる。最後に観測によって生じる視線速度の誤差  $\delta v_{obs}$  を加えた場合、 $m=0$  のときは  $p_b, q_b$  と  $p_i, q_i$  のずれは数% 程度の範囲で収まるが、 $m=1$  の場合では、 $\delta v_{obs}=1.0 \text{ km/s}$  で約 5%、 $6.0 \text{ km/s}$  で 10% 以上のずれが生じた。以上のことから速度分散が大きくなると progenitor の軌道からのずれも大きくなり、それに応じて得られる結果も  $p_i, q_i$  から離れた値になると考えられる。

現在、銀河系で観測されているストリームの中で最も長く広がっているのは Sgr ストリームである。しかし、Sgr ストリームのような矮小銀河起源のストリームは幅や速度分散が非常に大きいため、今回の手法を適用することは難しいと考えられる。一方、球状星団起源のストリームは速度分散が数  $\text{km/s}$  と小さな値になる (Odenkirchen et al. 2003[37], 2009[39]; Willett et al. 2009[46])。その中で最も長い軌道は約  $60^\circ$  に渡って広がっており幅が約  $0.3^\circ$  と非常に薄く、5.5.7 で用いたモデル

より軸比を制限する上でより条件のよい値になっている。以上のことから、5.5.7の結果と比較して観測誤差を含めた視線速度の分散が  $3\text{km/s}$  程度に収まれば実際の値から 10%以内の精度で  $p, q$  の値を得ることが出来ると考えられる。

## 6.2 課題

パラメーターをより精度よく求めるためにはストリームの分布から *progenitor* の軌道を推測できるかが重要となる。3.1 で記述した様にストリームの分布は *progenitor* の軌道に完全に従っているわけではない。よって、観測データから *progenitor* の軌道を見積もるにはストリームの分散や観測誤差に加えストリーム分布と *progenitor* の軌道のずれも考慮する必要がある。Andy & Binney.2009[66] ではその影響を考慮しさらにストリームの分布から最も運動方程式を満たす軌道を探すことで *progenitor* の軌道を同定するといった方法を紹介している。しかし、この分野の研究はまだ発展途上であり、その方法が最適であるというわけではない。よって、*progenitor* の軌道を同定する上での最適な手法を開発することが今後の課題となってくる。

また、2.3 で記述したようにダークハローの軸比は一定ではなく、半径依存性があることが分かっている。よって、そのような効果を入れた場合ストリームの銀河中心からの距離によってどの領域の軸比が得られるかを調べる必要があると考えられる。



## Appendix A

本章では、今回の研究で用いた数値計算の手法を紹介していく。

### A.1 Runge-Kutta 法

常微分方程式の近似解を導出する際によく使われる手法の一つとして、Runge-Kutta 法が挙げられる。

常微分方程式が、

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y(x)) \quad (\text{A.1.1})$$

で与えられると考える。Runge-Kutta 法では、一旦  $x + dx$  における  $x$  の値  $k_1$  を求め、この値を使って  $x$  と  $x + dx$  の中間点  $x + dx/2$ 、 $y(x) + k_1/2$  での  $y$  の傾き  $f(x + dx/2, y(x) + k_1/2)$  を求め直し、それを用いて  $y(x + dx)$  を計算し直している。これを式にすると

$$k_1 = f(x, y(x))dx \quad (\text{A.1.2})$$

$$y(x + dx) = y(x) + f\left(x + \frac{dx}{2}, y(x) + \frac{k_1}{2}\right) dx \quad (\text{A.1.3})$$

これは 2 次の Runge-Kutta 法と呼ばれる。Runge-Kutta 法には更に高次の解放がある。特に常微分方程式を解く上で最も有用なものは以下に記述する 4 次の Runge-Kutta 法である。具体的な手順として、まず、 $(x, y)$  の勾配で、 $dx$  だけ進んだときの  $y$  の増加分  $k_1$  を求める。次に  $k_1$  を用いて、 $y$  と  $y + dy$  の中点での勾配  $f(x + dx, y + k_1/2)$  を求め、この勾配で  $y(x)$  から  $dx$  だけ進んだときの  $y$  の増分  $k_2$  を求める。 $k_2$  を用いて、 $x$  と  $x + dx$  の中点での勾配  $f(x + dx, y + k_2/2)$  を求め、この勾配で  $y(x)$  から  $dx$  だけ進んだときの  $y$  の増分  $k_3$  を求める。最後に、 $k_3$  を用いて、 $x$  と  $x + dx$  の中点での勾配  $f(x + dx, y + k_3/2)$  を求め、この勾配で  $y(x)$  から  $dx$  だけ進んだときの  $y$  の増分  $k_4$  を求める。以上から 4 次の Runge-Kutta 法は以下の式でまとめられる。

$$k_1 = f(x, y(x))dx \quad (\text{A.1.4})$$

$$k_2 = f(x + dx/2, y(x) + k_1/2)dx \quad (\text{A.1.5})$$

$$k_3 = f(x + dx/2, y(x) + k_2/2)dx \quad (\text{A.1.6})$$

$$k_4 = f(x + dx, y(x) + k_3)dx \quad (\text{A.1.7})$$

以上から、 $x + dx$  での  $y$  の値は、

$$y(x + dx) = y(x) + (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)/6 \quad (\text{A.1.8})$$

となる。本研究ではより精度の高い 4 次の Runge-Kutta を用いて数値計算を行っている。Runge-Kutta はより高次のものが存在するが高次であれば計算精度が高なるわけではない。実際 5 次以上の Runge-Kutta より 4 次の方が精度がいいことが分かっている。

## A.2 Cubic Spline

スプラインとはプロットされた点列を滑らかに結ぶ製図用の定規を意味している。

数学的には、 $n+1$  個の  $x$  の値  $x_0, x_1, \dots, x_n$  ( $x_0 < x_1 < \dots < x_n$ ) における関数値  $y_0, y_1, \dots, y_n$  が与えられたとき、スプライン関数  $S_i(x)$  は各区間  $[x_i, x_{i+1}]$  ( $i = 0, 1, \dots, n-1$ ) において、 $m$  次の多項式で表され、 $S_i(x), S'_i(x), \dots, S_i^{(m-1)}(x)$  は  $x_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n-1$ ) で連続であるということが条件である。一般的に、 $S_i(x)$  は、三次式が用いられることが多く、それを Cubic Spline と呼ぶ。

三次のスプライン補間に用いる式の形は

$$S_j(x) = a_j(x - x_j)^3 + b_j(x - x_j)^2 + c_j(x - x_j) + d_j \quad (j = 0, 1, 2, 3, \dots, N) \quad (\text{A.2.1})$$

であり、各区間の係数の値を求めなくてはならない。まず、二次の導関数は

$$S_j'' = u_j \quad (j = 0, 1, 2, 3, \dots, N) \quad (\text{A.2.2})$$

となり、これは  $x_j$  の境界において  $S_j''(x_j) = S_{j-1}''(x_j)$  となる。また、一般的に  $x_0, x_N$  の両端で 0 とする。これを自然スプラインという。この条件から

$$u_j = S_j''(x_j) = 2b_j \quad (j = 0, 1, 2, 3, \dots, N-1) \quad (\text{A.2.3})$$

故に、

$$b_j = \frac{u_j}{2} \quad (\text{A.2.4})$$

となる。また二次導関数から

$$u_{j+1} = S_j''(x_{j+1}) = 6a_j(x_{j+1} - x_j) + 2b_j \quad (\text{A.2.5})$$

となり、 $a_j$  は

$$a_j = \frac{u_{j+1} - u_j}{6(x_{j+1} - x_j)} \quad (j = 0, 1, 2, 3, \dots, N-1) \quad (\text{A.2.6})$$

となる。また、補間の関数は全てをデータ点を通るので、

$$d_j = y_j \quad (j = 0, 1, 2, 3, \dots, N) \quad (\text{A.2.7})$$

$x = x_{j+1}$  を代入すると

$$S(x_{j+1}) = a_j(x_{j+1} - x_j)^3 + b_j(x_{j+1} - x_j)^2 + c_j(x_{j+1} - x_j) + d_j = y_{j+1} \quad (\text{A.2.8})$$

となり、式 (A.2.6), (A.2.7), (A.2.8) から

$$c_j = \frac{y_{j+1} - y_j}{x_{j+1} - x_j} - \frac{1}{6}(x_{j+1} - x_j)(2u_j + u_{j+1}) \quad (\text{A.2.9})$$

となる。よって、 $u_j$  が分かれば各曲線の係数を導出することが出来る。

一次の導関数は境界点で等しくなるので

$$S'(x_{j+1}) = S'_j(x_{j+1}) = S'_{j+1}(x_{j+1}) \quad (j = 0, 1, 2, 3, \dots, N-2) \quad (\text{A.2.10})$$

この式から

$$3a_j(x_{j+1} - x_j)^2 + 2b_j(x_{j+1} - x_j) + c_j = c_{j+1} \quad (\text{A.2.11})$$

となり、この式の  $a_j, b_j, c_j$  を  $y_j, u_j$  で表し  $u_j$  の連立方程式とする。最終的に、

$$(x_{j+1} - x_j)u_j + 2(x_{j+2} - x_j)u_{j+1} + (x_{j+2} - x_{j+1})u_{j+2} = 6 \left[ \frac{y_{j+2} - y_{j+1}}{x_{j+2} - x_{j+1}} - \frac{y_{j+1} - y_j}{x_{j+1} - x_j} \right] \quad (\text{A.2.12})$$

となる ( $j = 0, 1, 2, \dots, N-2$ )。よって  $u_0 = u_N = 0$  を代入した連立一次方程式は

$$\begin{pmatrix} 2(h_0 + h_1) & h_1 & & & 0 \\ h_1 & 2(h_1 + h_2) & h_2 & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & h_{N-3} & 2(h_{N-3} + h_{N-2}) & h_{N-2} \\ 0 & & & h_{N-2} & 2(h_{N-2} + h_{N-1}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_{N-2} \\ u_{N-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_{N-2} \\ v_{N-1} \end{pmatrix} \quad (\text{A.2.13})$$

ここで、 $h_j$  と  $v_j$  はそれぞれ、

$$h_j = x_{j+1} - x_j \quad (j = 0, 1, 2, \dots, N-1) \quad (\text{A.2.14})$$

$$v_j = 6 \left[ \frac{y_{j+1} - y_j}{h_j} - \frac{y_j - y_{j-1}}{h_{j-1}} \right] \quad (j = 1, 2, \dots, N-1) \quad (\text{A.2.15})$$

となる。

### A.3 モンテカルロ法

モンテカルロ法とは乱数を用いて、現象の解析や方程式を解いたりする手法である。多体系のモデルを作る際には分布関数に従う様に乱数を発生させ、粒子の位置や速度の初期条件を与える必要がある。ここでは、 $[0,1]$  の範囲で発生させた一様乱数をもとに与えられた関数に従う乱数を発生させる方法について紹介する。

#### A.3.1 変換法

一様分布では、 $x$  と  $x + dx$  の間の数を生成する確率は

$$p(x)dx = \begin{cases} dx & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (\text{A.3.1})$$

となる。ここで、確率分布は、

$$\int_{-\infty}^{\infty} p(x)dx = 1 \quad (\text{A.3.2})$$

と規格化されている。一様乱数  $x$  を生成し、それをある関数で  $y(x)$  に変換したとすると、 $y$  の確率密度  $p(y)$  は確率の基本変換則

$$|p(y)dy| = |p(x)dx| \quad (\text{A.3.3})$$

すなわち

$$p(y) = p(x) \left| \frac{dx}{dy} \right| \quad (\text{A.3.4})$$

で決定できる。

#### A.3.2 Box-Muller 法

正規分布に従う様に乱数を発生させる方法一つに Box-Muller 法が挙げられる。区間  $[0,1]$  の2個の独立な一様乱数を  $x, y$  とすると標準正規分布 (平均 0、分散 1) に従う独立な乱数  $Z_1, Z_2$  は

$$\begin{aligned} Z_1 &= \sqrt{-2 \ln x} \cos 2\pi y \\ Z_2 &= \sqrt{-2 \ln x} \sin 2\pi y \end{aligned} \quad (\text{A.3.5})$$

と表すことが出来る。この変換を Box-Muller 変換といい、さらにこのガウス分布に従う確率変数を生成させる方法のことを Box-Muller 法という。

また、この変換から平均  $\mu$ 、分散  $\sigma$  を持つ正規乱数を発生させるには上の式に  $\sigma$  を掛け、 $\mu$  を加えることで得ることができる。

#### A.3.3 棄却法

分布関数の定義域を  $[x_{min}, x_{max}]$  と値域を  $[y_{min}, y_{max}]$  としたとき、その長方形の中に一様に乱数を発生させ分布関数の内側に出てきたものを採用し、外側のものを棄却するという過程を繰り返すことで分布に従う乱数を発生させる。このような方法を棄却法 (von Neumann の棄却法) という。この方法は変換法のような分布関数の逆関数を必要としないため、乱数を発生させる上で非常に汎用性の高い手法となっている。一方で、条件に合うまで乱数を発生なくてはならないので、計算効率が悪くなるといった欠点がある。



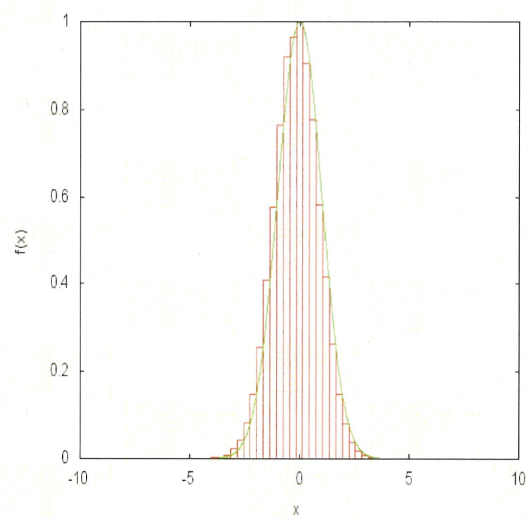


図 A.1: Box-Muller 法を用いて発生させた乱数 (赤)。図は平均 0、分散 1 の標準正規分布に従うように乱数を発生させている。(緑)

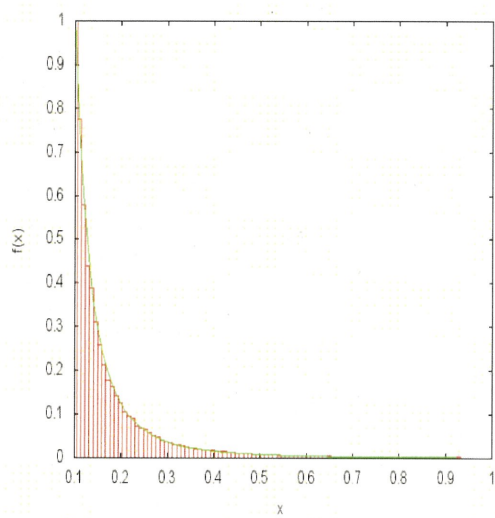


図 A.2: 棄却法を用いて発生させた乱数 (赤)。図は  $f(x) \propto x^{-3}$  に従うように乱数を発生させている。(緑)

## A.4 単位系

数値計算の際に長さなどの物理量をそのまま用いることは非常に煩わしく感じる。そのため、適当な単位系で規格化することで見通しを良くすることが出来る。例えば、長さの単位を  $10\text{kpc}$ 、質量を  $10^{11}M_\odot$ 、とし、重力定数  $G$  を 1 にするようにその他の物理量の単位系を定める。

$M = M_u M'$ ,  $R = R_u R'$ ,  $t = t_u t'$  とすると運動方程式は

$$\frac{d^2 R}{dt^2} = -\frac{GM}{R^2} = -\frac{GM_u t_u^2}{R_u^3} \frac{M'}{R'^2} \quad (\text{A.4.1})$$

故に、

$$\frac{GM_u t_u^2}{R_u^3} = 1 \quad (\text{A.4.2})$$

ここで、 $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2}$ ,  $1\text{kpc} = 3.09 \times 10^{19} \text{m}$ ,  $1M_\odot = 1.99 \times 10^{30} \text{kg}$  より単位時間は

$$\begin{aligned} t_u &= \sqrt{\frac{R_u^3}{GM_u}} \\ &= \sqrt{\frac{(10 \times 3.09 \times 10^{19})^3}{6.67 \times 10^{-11} \times 10^{11} \times 1.99 \times 10^{30}}} \times \frac{1}{3600 \times 24 \times 365} \\ &\simeq 4.73 \times 10^7 \text{yr} \end{aligned} \quad (\text{A.4.3})$$

このとき速度の単位系は

$$\frac{R_u}{t_u} \simeq 207 \text{km/s} \quad (\text{A.4.4})$$

となる。

## 参考文献

- [1] M.Kowalski *et al.*, 2008, *ApJ*, **686**, 749
- [2] W.H.Press & P.Schechter., 1974, *ApJ*, **187**, 425
- [3] C.Lacey & S.Cole., 1994., *MNRAS*, **271**, 676
- [4] C.Lacey & S.Cole., 1993., *MNRAS*, **262**, 627
- [5] M.Tegamark *et al.*, 2004, *ApJ*, **606**, 702
- [6] J.Dieman *et al.*, 2008, *Nature*, **454**, 735
- [7] V.Springel *et al.*, 2008, *MNRAS*, **391**, 1685
- [8] A.Klypin *et al.*, 2011, *ApJ*, **740**, 102
- [9] J.F.Navarro, C.S.Frenk & S.D.White., 1996, *Apj*, **462**, 563
- [10] T.Fukushige & J.Makino., 1997, *ApJ*, **477**, 9L
- [11] B.Moore *et al.*, 1999, *ApJ*, **524**, 19L
- [12] G.Gilmore *et al.*, 2007, *ApJ*, **704**, 1274
- [13] J.F.Navarro *et al.*, 2010, *MNRAS*, **402**, 21
- [14] Y.P.Jing & Y.Suto., 2000, *ApJ*, **526**, 69L
- [15] Y.P.Jing & Y.Suto., 2002, *ApJ*, **574**, 538
- [16] E.Hayashi *et al.*, 2007, *ApJ*, **663**, 948
- [17] C.A.Vera-Ciro *et al.*, 2011, *MNRAS*, **416**, 1377
- [18] S.Kazantzidis *et al.*, 2010, *ApJ*, **720**, 62
- [19] A.Klypin *et al.*, 1999, *ApJ*, **522**, 82
- [20] B.Willman *et al.*, 2005, *ApJ*, **626**, L85
- [21] D.B.Zucker *et al.*, 2006, *ApJ*, **643**, L103
- [22] V.Belokurov *et al.*, 2006, *ApJ*, **637**, L29
- [23] V.Belokurov *et al.*, 2007, *ApJ*, **654**, 897
- [24] S.Koposov *et al.*, 2007, *ApJ*, **669**, 337
- [25] S.M.Walsh *et al.*, 2007, *ApJ*, **662**, L83
- [26] M.J.Irwin *et al.*, 2007, *ApJ*, **656**, L13
- [27] L.E.Strigari *et al.*, 2007, *ApJ*, **669**, 676

- [28] N.J.Shaviv & A.Dekel.,2003,*astro.ph*,5527
- [29] A.Dekel & J.Silk.,1986.,*ApJ*,**303**,39
- [30] J.S.Bullock *et al.*,2000,*ApJ*,**539**,517
- [31] N.Y.Gnedin & A.V.Kravtsov.,2006.,*ApJ*,**645**,1054
- [32] M.Montuori *et al.*,2007,*ApJ*,**659**,1212
- [33] J.H.Choi *et al.*,2007,*MNRAS*,**381**,987
- [34] R.A.Ibata,G.Gilmore & M.J.Irwin.,1995,*MNRAS*,**277**,781
- [35] V.Belokurov *et al.*,2006,*ApJ*,**642L**,137
- [36] M.Odenkirchen *et al.*,2002,*ApJ*,**124**,1497
- [37] M.Odenkirchen *et al.*,2003,*ApJ*,**126**,2385
- [38] M.Odenkirchen *et al.*,2009,*AJ*,**137**,3378
- [39] C.J.Grillmair & O.Dionatos.,2006.,*ApJ*,**641L**,37
- [40] V.Belokurov *et al.*,2007,*ApJ*,**658**,337
- [41] H.vanWoerden *et al.*,1999,*Nature*,**400**,138
- [42] H.Newbrg *et al.*,2010,*ApJ*,**711**,32
- [43] C.J.Grillmair & O.Dionatos.,2006.,*ApJ*,**643L**,17
- [44] S.E.Koposov *et al.*,2010,*ApJ*,**712**,260
- [45] C.J.Grillmair & R.Johnston.,2006.,*ApJ*,**639L**,17
- [46] R.L.Willett *et al.*,2009,*ApJ*,**697**,207
- [47] H.R.Lux *et al.*,2012,*MNRAS*,**424L**,16
- [48] R.A.Ibata *et al.*,2001,*ApJ*,**551**,294
- [49] A.Helmi.,2004,*MNRAS*,**351**,643
- [50] K.V.Johnston *et al.*,2005,*ApJ*,**619**,800
- [51] M.Fellhauer *et al.*,2006,*ApJ*,**651**,167
- [52] D.R.Law *et al.*,2009,*ApJ*,**703L**,67
- [53] A.Helmi *et al.*,2000,*MNRAS*,**319**,657
- [54] F.Gómez & A.Helmi.,2010.,*MNRAS*,**401**,2285
- [55] F.Gómez *et al.*,2010,*MNRAS*,**408**,935



- [56] R.A.Ibata *et al.*,2001,*MNRAS*,**332**,915
- [57] J.H.Yoon *et al.*,2011,*ApJ*,**731**,58
- [58] R.G.Carlberg.,2012,*ApJ*,**748**,20
- [59] A.H.W.Kupper *et al.*,2010,*MNRAS*,**401**,105
- [60] A.Just *et al.*,2009,*MNRAS*,**392**,969
- [61] J.Binney.,2008,*MNRAS*,**386L**,47
- [62] M.Miyamoto & R.Nagai,1975.,*PASJ*,**27**,533
- [63] L.Hernquist.,1990,*ApJ*,**356**,359
- [64] K.V.Johnston *et al.*,1999,*ApJ*,**512L**,109
- [65] A.Verghese *et al.*,2011,*ApJ*,**417**,198
- [66] A.Eyre & J.Binney.,2009,*MNRAS*,**399L**,160

# 謝辞

本論文の作成にあたって、指導教官である千葉征司教授には深く感謝申し上げます。飲み込みの悪い私がここまで進めることができたのは先生の熱心なご指導のおかげです。数値計算の助言を頂いただけでなく私の研究に関していろいろと気にかけて頂いた林航平さんには深く感謝いたします。

また、二年間充実日々を過ごすことが出来たのは天文学教室の皆様のおかげです。特に私の拙い発表に耳を傾けて頂いた M ゼミ・GA ゼミの皆様や他愛のない会話に付き合ってくれた同期の皆様には大変お世話になりました。

最後に今まで私の生活を支えて下さった両親に感謝いたします。

